

UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

**ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE
EDUCACION PRIMARIA**



**LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE SEGUNDO NIVEL Y EL LOGRO DE
APRENDIZAJES DE LA MATEMÁTICA DE LOS NIÑOS DEL TERCER
GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA Nº 35001 “CIPRIANO
PROAÑO” – PASCO – 2018**

TESIS

**PARA OPTAR EL TÍTULO PROFESIONAL DE
LICENCIADO EN EDUCACIÓN PRIMARIA**

Presentado por:

Bach. ALVARADO BORJA, Roxana

Bach. MAYTA QUISPE, Joel Clodoaldo

PASCO PERU 2019

UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

**ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE
EDUCACION PRIMARIA**



**LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE SEGUNDO NIVEL Y EL LOGRO DE
APRENDIZAJES DE LA MATEMÁTICA DE LOS NIÑOS DEL TERCER GRADO DE LA
INSTITUCIÓN EDUCATIVA Nº 35001 "CIPRIANO PROAÑO" – PASCO – 2018**

Presentado por:

Bach. ALVARADO BORJA, Roxana

Bach. MAYTA QUISPE, Joel Clodoaldo

SUSTENTADO Y APROBADO ANTE LA COMISIÓN DE JURADOS:

**Dr. DE LA CRUZ SOTO, Lidia
PRESIDENTE**

**Lic. VALENTIN MELGAREJO, Pablo Lolo
MIEMBRO**

**Mg GONZALES ALVARES, Raúl
MIEMBRO**

**Mg. RAMIREZ HUARACA, Adilberto C.
ACCESITARIO**

*Con profunda
gratitud a nuestra familia y
quienes confiaron en el
logro de nuestros objetivos.*

*Inmenso amor a
nuestros hijos.*

ÍNDICE

DEDICATORIA

INDICE

INTRODUCCIÓN

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1 Identificación y determinación del problema	9
1.2 Formulación del problema.....	13
1.3. Objetivos	14
1.4. Importancia y alcances de la investigación	15

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de estudio.....	16
2.2. Bases teórico científico	17
2.3. Definición de términos	75

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

3.1. Tipo de investigación	77
3.2. Método de investigación	77
3.3. Diseño de la investigación	78
3.4. Población y muestra	78
3.5. Técnicas e instrumentos de estudio.....	79

3.6. Técnicas e instrumentos de procesamiento de datos	80
3.7. Sistema de hipótesis	80
3.8. Variable de estudio	82

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSION

Presentación e investigación de datos.....	83
4.1. Resultados	83
4.2. Interpretación de resultados.....	84

CONCLUSIONE

RECOMENDACIONES

BIBLIOGRAFIA

ANEXO

INTRODUCCION

Señores Miembros del Jurado:

Presentamos a consideración de ustedes el trabajo de investigación intitulado **“LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE SEGUNDO NIVEL Y EL LOGRO DE APRENDIZAJES DE LA MATEMÁTICA DE LOS NIÑOS DEL TERCER GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA N° 35001 “CIPRIANO PROAÑO” – PASCO – 2018”**, con el cual aspiramos optar el Título Profesional de Licenciados en Educación Primaria.

Resolver problemas en el mundo se ha convertido en un reto para todos, pensar en plantear alternativas de solución a las dificultades en la vida, como son distribuir las ganancias, ahorrar para el futuro, las enfermedades, los pasajes, es decir, desde situaciones en la vida para un futuro promisorio a las actividades cotidianas del quehacer en nuestra vida, nos lleva a pensar de cómo solucionar estas situaciones.

El ser humano vive y vivirá con problemas y su transcurrir en la vida es enfrentarse a ellos. Retos que son asumidos partiendo de la experiencia en las soluciones o asumiendo el pleno conocimiento del mismo para conseguir superarlos. Razonar para lograr mejores resultados en las propuestas de solución es el mérito de todas las personas al margen de las condiciones económicas, sociales, culturales, educativas, laborales, etc.

La educación como ente que forma al ser humano tiene la misión de hacer que los seres humanos se enfrenten a los retos o dificultades en la vida por ser uno de los objetivos de la educación. Los aspectos relacionados al uso de los materiales educativos, dominio temático, metodología, evaluación y otros relacionados al desarrollar las competencias.

El enfoque del área de matemática, centrada en la Resolución de problemas, es la propuesta del ministerio de educación, que por los organismos intermedios se vienen implementando en las diferentes instituciones educativas, los docentes al iniciar con este proceso las guías, reuniones, capacitaciones, encuentros y otros eventos académicos aún no revierten el modelo de resolver ejercicios, por lo que es una muestra que la resolución de problemas aún no es asumida como lineamiento de trabajo en las aulas.

Nuestros tiempos exige que los trabajos se desarrollen a través de los procesos pedagógicos y procesos didácticos y se logre traducir situaciones problemáticas en problemas matemáticos y se pueda trabajar en base a los niveles de complejidad que se oriente, guíe y organice el proceso de aprendizaje con una secuencia establecida y las competencias que serán desarrolladas en los diferentes grados y ciclos de estudio. El aprendizaje de la matemática en los procesos pedagógicos, seleccione los recursos, o quien propone las diversas estrategias de resolver un problema. El docente propone muchas estrategias innovadoras, creativas pero que no tienen sustento teórico y le permita el

logro de los aprendizajes por parte de los estudiantes, por lo que es necesario partiendo de la experiencia realizar una construcción del conocimiento como es la exigencia actual en la educación.

La aplicación de nuestro trabajo se realizó en la institución mas antigua de Pasco, la I.E. N° 35001 “Cipriano Proaño” que se encuentra ubicado en el distrito de Chaupimarca. La organización del informe de nuestra investigación es el siguiente:

Capítulo I. El planteamiento del problema de estudio que nos permite describir y formular los problemas y los objetivos de la investigación.

Capítulo II. El marco teórico donde se encuentran conocimientos científicos que nos ayudaron a contrastar la realidad de la población investigada y tener la sostenibilidad científica.

Capítulo III. La metodología de la investigación, acápite que permite establecer los aspectos metodológicos, tipo, nivel de investigación además de la población y muestra y los instrumentos y técnicas a aplicar.

Capítulo IV. La Presentación de Resultados, parte en la cual se establece los resultados de la investigación de la muestra determinada en nuestra investigación.

Esperando que el presente trabajo de investigación sea un aporte para nuestras instituciones educativas.

Los autores

CAPÍTULO I

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.1. IDENTIFICACIÓN Y DETERMINACIÓN DEL PROBLEMA

Las sociedades en nuestros tiempos deben de desenvolverse con normalidad en el discurrir de sus labores y ocupaciones diarias, la Matemática como parte de la creación y existencia del ser humano es determinante para poder enfrentarse a los problemas de distinta complejidad, la construcción del conocimiento y el desarrollo de las competencias y capacidades nos permiten conocer las causas y efectos que pueda tener y genera un determinado problema. Los seres humanos empleamos los conocimientos adquiridos en nuestra edad escolar, por lo tanto lo que aprendimos en la escuela es lo que empleamos en nuestra vida diaria.

Las matemáticas generalmente controversia en su aprendizaje, algunos lo aceptan de manera natural y les agrada y son atractivas por sus beneficios, mientras lo contrario comprenden quienes tuvieron y tienen experiencias desagradables y buscan la forma de no estar ni aplicar la matemática en su quehacer diario. Las actitudes tanto positivas como negativas son el resultado de las vivencias en la educación primaria. Resolver problemas en nuestra vida diaria es una constante, pero si no estamos preparados buscamos a terceras personas o evitamos asumir retos para solucionarlos y nos lleva a evadir la tarea de solucionar problemas.

Los profesionales de la educación básica regular estamos comprometidos con la idea que se genera en la persona acerca de la matemática, La primera tarea es enseñar a que aprendan a enfrentarse a diversos problemas y puedan plantear diversas alternativas de solución, el nivel de madurez se logra progresivamente, por lo tanto es necesario el trabajo responsable de los docentes.

La resolución de problemas es una competencia en la que se pone de manifiesto la habilidad de las personas para encontrar soluciones no netamente problemas matemáticos sino los que hubiese que enfrentase en su vida diaria.

Nuestra educación se encuentra en una crisis evidenciada por los resultados en las evaluaciones internacionales y nacionales, incluso en los elaborados a nivel local, pues ocupamos los últimos lugares a

nivel latinoamericano. Las evaluaciones PISA de los años 2000, 2009 y 2014, las evaluaciones elaboradas por el MED “*Cuánto aprendí de mis textos y maestros*”, los años del 2001 hasta el año 2012, y las evaluaciones ECE nos muestran una real crisis de aprendizaje en las áreas curriculares básicas comunicación y matemática.

El Área curricular de Matemática, es en el que se desarrolla capacidades relacionadas a los números, relaciones y operaciones, dominio establecido en el marco curricular y conformado por el conocimiento de los números, el sistema de numeración y el sentido numérico en lo que respecta a la habilidad de descomponer número naturales, representarlos y comprender las operaciones, algoritmos y estimaciones; son aspectos básicos para desarrollar otras capacidades y continuarlos desarrollando a través de todos los niveles de la educación básica regular y la educación superior universitaria, no universitaria o técnica.

Los resultados que alcanzaron los estudiantes es preocupante por ejemplo al finalizar la primaria solo el 12.1 % de los estudiantes logran los aprendizajes esperados en comprensión de textos y el 9.6 % en matemática, pero este panorama aún más se ensombrece cuando al concluir la secundaria son menores el 9.8 % alcanzan lo esperado en comprensión de textos y el 2.9 % en matemática de acuerdo a la UMC (Unidad de la Medición de la Calidad).

La medida de los conocimientos y destrezas de los alumnos en el Proyecto PISA en el año 2000 y 2009 como también tenemos las evaluaciones “Cuánto aprendí de mis textos y maestros” elaborados por el MED nos demuestran que los resultados no son nada alentadores, en el desarrollo de las capacidades.

La diferencia de resultados ECE 2011 y ECE 2010 de matemática en el nivel de logro 1 se encuentra el 32.9% (2010) y 35.8 % (2011), en el nivel de logro 2, 13.8 % (2010) y 13.2 % (2011), datos de acuerdo al UMC, nos permite observar que el nivel de logro de matemática de los niños es bajo de acuerdo a las exigencias de nuestro sistema educativo por ende a las necesidades actuales.

El sistema curricular a través de la rutas de aprendizaje nos presentan y fundamentan el enfoque del área de matemática, la que no es comprendida en real dimensión o no es atendida como tal por despreocupación o por una resistencia sin sentido a los cambios, la metodología aspecto esencial de la labor docente constituido por uno de los elementos del currículo en lo que responde a la interrogante ¿Cómo aprenden los estudiantes?, la continuidad y la poca iniciativa para la propuesta de trabajo innovador no nos permite salir de nuestra rutina o costumbre de nuestra práctica pedagógica no o ayuda a salir de la situación en la que nos encontramos.

Una verdadera propuesta se plantea a partir de experiencias exitosas que pueden corroborar una teoría, precisamente es la nos

impulsa a realizar la presente investigación, las causas del bajo nivel educativo, son muchas y diversas pero una causa es la metodología, motivados por los aspectos planteados nos permitimos formular nuestro problema de investigación en los siguientes términos:

1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Cómo la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel mejora el logro de aprendizaje de la Matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño”?

2.2.2. PROBLEMAS ESPECÍFICOS.

- a) ¿Qué nivel de logro de los aprendizajes en el área de Matemática presentan los niños del tercer grado de la Institución Educativa 35001 “Cipriano Proaño”, antes de la experiencia?
- b) ¿Cómo planificar y desarrollar la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel para mejorar el logro de los aprendizajes del área de matemática de los niños del tercer grado?
- c) ¿Qué nivel de logro de los aprendizajes en el área de Matemática presentan los niños del tercer grado de la Institución Educativa 35001 “Cipriano Proaño”, después de la experiencia?
- d) ¿Qué diferencia existe entre los resultados del antes y después de la aplicación de la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel para mejorar el logro de

aprendizajes del área de matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño”?

1.3. FORMULACIÓN DE OBJETIVOS:

1.3.1. OBJETIVO GENERAL

Determinar que la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel mejora el logro de aprendizaje de la Matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 Proaño”.

3.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS.

- a) Establecer el nivel de logro de los aprendizajes en el área de Matemática presentan los niños del tercer grado de la Institución Educativa 35001 “Cipriano Proaño”, antes de la experiencia.
- b) Planificar y desarrollar la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel para mejorar el logro de los aprendizajes del área de matemática de los niños del tercer grado.
- c) Establecer el nivel de logro de los aprendizajes en el área de Matemática presentan los niños del tercer grado de la Institución Educativa 35001 “Cipriano Proaño”, después de la experiencia.
- d) Determinar la diferencia entre los resultados del antes y después de la aplicación de la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel para mejorar el logro de aprendizajes del área de matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño”.

1.4. IMPORTANCIA Y ALCANCES DE LA INVESTIGACIÓN

Nuestra investigación es la presentación de una propuesta metodológica para el logro de aprendizaje en el área de Matemática, aspecto que no es muy abordado por los docentes en su verdadera dimensión ni su proceso por las etapas de la resolución de problemas. La parte de la aplicación se realizará en el tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño”, como una propuesta creativa, innata e innovador a la labor del docente en el proceso pedagógico y se mejore el nivel de logro de aprendizaje del área de matemática.

En la actividad teórica, la estrategia permite desarrollar capacidades, habilidades y actitudes y la construcción del conocimiento; la estrategia nos brinda pautas para desarrollar la competencia de resolución de problemas.

En la actividad práctica permite desarrollar la habilidad de enfrentarse a dificultades y proponer alternativas basadas en la demostración o ejecución de estrategias.

En la actividad metodológica permite establecer un orden y un sistema de propuesta que contenga procedimientos con los que se logre solucionar problemas cotidianos y de toda índole que se le presente.

CAPÍTULO II

MARCO TEORICO

2.1. Antecedentes de Estudio

Fuentes, (2016) tesis titulada “Contenidos temáticos matemáticos y las habilidades didácticas para la enseñanza de la matemática de los estudiantes de la carrera de educación primaria de la Universidad Católica Sedes Sapientiae: 2016”. La investigación se basa en un enfoque cualitativo donde se analizó los contenidos temáticos matemáticos y las habilidades didácticas para la enseñanza de la matemática en estudiantes de la carrera de educación primaria de la Universidad Católica Sedes Sapientiae. Los resultados muestran que los estudiantes docentes requieren de una capacitación en los contenidos matemáticos y una ayuda pedagógica personalizada, así

como el material didáctico necesaria para lograr que los niños del colegio San Vicente Ferrer logren un aprendizaje significativo y desarrollen su potencial matemático aplicado a la vida diaria, así como a la sociedad en la que viven.

Casas, (2015) tesis titulada “Estrategias didácticas para la resolución de problemas matemáticos en estudiantes del segundo grado de educación primaria”, investigación de tipo cualitativo educacional de tipo aplicada proyectiva. Estudio que en su conclusión afirma que hay una proyección de mejorar el estado actual de desarrollo de resolución de problemas matemáticos.

2.2. Bases teórico científico

Aproximación al concepto de problema.

Según Stanic y Kilpatrick (1988), “los problemas han ocupado un lugar central en el curriculum matemático escolar desde la antigüedad, pero la resolución de problemas, no. Sólo recientemente los que enseñan matemática han aceptado la idea de que el desarrollo de la habilidad para resolver problemas merece una atención especial. Junto con este énfasis en la resolución de problemas, sobrevino la confusión. El término “resolución de problemas” se ha convertido en un slogan que acompañó diferentes concepciones sobre qué es la educación, qué es la escuela, qué es la matemática y por qué debemos enseñar matemática en general y resolución de problemas en particular.”

Según este autor, la utilización de los términos “problema” y

“resolución de problemas” ha tenido múltiples y a veces contradictorios significados a través de los años, como se describe brevemente a continuación:

Primer significado: resolver problemas como contexto.

Desde esta concepción, los problemas son utilizados como vehículos al servicio de otros objetivos curriculares, jugando cinco roles principales:

Como una justificación para enseñar matemática: al menos algunos problemas relacionados con experiencias de la vida cotidiana son incluidos en la enseñanza para mostrar el valor de la matemática.

Para proveer especial motivación a ciertos temas: los problemas son frecuentemente usados para introducir temas, con el convencimiento implícito o explícito de que favorecerán el aprendizaje de un determinado contenido.

Como actividad recreativa: muestran que la matemática puede ser “divertida” y que hay usos entretenidos para los conocimientos matemáticos.

Como medio para desarrollar nuevas habilidades: se cree que, cuidadosamente secuenciados, los problemas pueden proporcionar a los estudiantes nuevas habilidades y proveer el contexto para discusiones relacionadas con algún tema.

Como práctica: la mayoría de las tareas matemáticas en la escuela caen en esta categoría. Se muestra una técnica a los estudiantes

y luego se presentan problemas de práctica hasta que se ha dominado la técnica.

Sin embargo, en cualquiera de estas cinco formas, los problemas son usados como medios para algunas de las metas señaladas arriba. Esto es, la resolución de problemas no es vista como una meta en sí misma, sino como facilitador del logro de otros objetivos y tiene una interpretación mínima: resolver las tareas que han sido propuestas.

Segundo significado: resolver problemas como habilidad.

La mayoría de los desarrollos curriculares que ha habido bajo el término resolución de problemas a partir de la década de los 80 son de este tipo.

La resolución de problemas es frecuentemente vista como una de tantas habilidades a ser enseñadas en el curriculum. Esto es, resolver problemas no rutinarios es caracterizado como una habilidad de nivel superior, a ser adquirida luego de haber resuelto problemas rutinarios (habilidad que a su vez, es adquirida a partir del aprendizaje de conceptos y habilidades matemáticas básicas).

Es importante señalar que, aún cuando en esta segunda interpretación del término los problemas son vistos como una habilidad en sí misma, las concepciones pedagógicas y epistemológicas que subyacen son precisamente las mismas que las señaladas en la interpretación anterior: las técnicas de

resolución de problemas son enseñadas como un *contenido*, con problemas de práctica relacionados, para que las técnicas puedan ser dominadas.

Tercer significado: resolver problemas es "hacer matemática".

Hay un punto de vista particularmente matemático acerca del rol que los problemas juegan en la vida de aquellos que hacen matemática. Consiste en creer que el trabajo de los matemáticos es resolver problemas y que la matemática realmente consiste en problemas y soluciones.

El matemático más conocido que sostiene esta idea de la actividad matemática es Polya. Nos hemos familiarizado con su trabajo a través del libro "How to solve it" (1954), en el cual introduce el término "heurística" para describir el arte de la resolución de problemas, concepto que desarrolla luego en "Matemática y razonamiento plausible" (1957) y "Mathematical Discovery" (1981).

La conceptualización de Polya sobre la matemática como una actividad se evidencia en la siguiente cita: "Para un matemático, que es activo en la investigación, la matemática puede aparecer algunas veces como un juego de imaginación: hay que imaginar un teorema matemático antes de probarlo; hay que imaginar la idea de la prueba antes de ponerla en práctica. Los aspectos matemáticos son primero imaginados y luego probados, y casi

todos los pasajes de este libro están destinados a mostrar que éste es el procedimiento normal. Si el aprendizaje de la matemática tiene algo que ver con el descubrimiento en matemática, a los estudiantes se les debe brindar alguna oportunidad de resolver problemas en los que primero imaginen y luego prueben alguna cuestión matemática adecuada a su nivel.” (Polya, 1954)

Para Polya, la pedagogía y la epistemología de la matemática están estrechamente relacionadas y considera que los estudiantes tienen que adquirir el sentido de la matemática como una actividad; es decir, sus experiencias con la matemática deben ser consistentes con la forma en que la matemática es hecha.

Krulik y Rudnik: Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cual no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma (Krulik y Rudnik, 1980).

Polya definió: Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata.

Lo que para algunos es un problema, por falta de conocimientos específicos sobre el dominio de métodos o algoritmos de solución, para los que sí los tienen es un ejercicio. Esta cuestión, aunque ha

sido planteada en varias ocasiones, no parece un buen camino para profundizar sobre la resolución de problemas.

Una situación significativa de contenido matemático que implica una dificultad, cuya solución requiere de un proceso de reflexión, búsqueda de estrategias y toma de decisiones, es un problema.

¿Qué es un problema?

Polya definió: Tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata.

Otra definición, parecida a la de Polya es la de Krulik y Rudnik: Un problema es una situación, cuantitativa o de otra clase, a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, y para la cuál no se vislumbra un medio o camino aparente y obvio que conduzca a la misma (Kruklik y Rudnik, 1980).

De ambas definiciones se infiere que un problema debe satisfacer los tres requisitos siguientes:

- 1) Aceptación. El individuo o grupo, debe aceptar el problema, debe existir un compromiso formal, que puede ser debido a motivaciones tanto externas como internas.
- 2) Bloqueo. Los intentos iniciales no dan fruto, las técnicas habituales de abordar el problema no funcionan.
- 3) Exploración. El compromiso personal o del grupo fuerzan la exploración de nuevos métodos para atacar el problema.

También ha existido cierta polémica sobre la diferencia que hay entre un ejercicio o un auténtico problema.

Lo que para algunos es un problema, por falta de conocimientos específicos sobre el dominio de métodos o algoritmos de solución, para los que sí los tienen es un ejercicio. Esta cuestión aunque ha sido planteada en varias ocasiones, no parece un buen camino para profundizar sobre la resolución de problemas.

Una situación significativa de contenido matemático que implica una dificultad, cuya solución requiere de un proceso de reflexión, búsqueda de estrategias y toma de decisiones, es un problema.

Todo problema plantea una situación nueva que requiere ser resuelta con algún procedimiento. Esto implica que los estudiantes tengan que pensar para encontrar una o varias estrategias que los lleven a solucionar la situación (ALSINA 2006, p. 133).

Al trabajar la resolución de problemas con nuestros estudiantes dejamos que manipulen, observen, analicen, formulen hipótesis, reflexionen, experimenten, comprueben, verifiquen y expliquen las estrategias utilizadas; usando medios y materiales concretos, representaciones gráficas y simbólicas para comprender y desarrollar los problemas.

Los problemas aritméticos de segundo nivel.

Se resuelve con varios algoritmos.

-Problemas combinados fraccionados. - son aquellos en los que aparecen varias preguntas engarzadas.

TEXTO	PREGUNTAS	OPERACIONES
Pedro tenía una colección de 265 canicas. A sus dos hermanos pequeños, Luisa y Pedro, les regala 49 canicas a cada uno y a cada uno de sus tres amigos, Julio, Alberto, y Luisa 15 canicas.	¿Cuántas canicas regala a sus hermanos pequeños? ¿Cuántas canicas regala a sus amigos, ¿Julio, Alberto y Luisa? ¿Cuántas canicas regala a Julio? ¿Cuántas canicas le quedan a Pedro después de regalar las canicas a sus hermanos y amigos?	Producto (x) Adición (+) Sustracción (-)

-Problemas combinados compactos. -son problemas combinados más complejos, pues sólo tiene una pregunta final y hay que concebir un plan para resolverlo.

TEXTO	PREGUNTAS	OPERACIONES
Un camión de transporta 45 cajas, de las cuales 23 de ellas son de patatas con 50 kilos cada una y el resto son de manzanas. Si el peso total del camión es de 2140 kilos.	¿Cuánto pesa cada caja de manzanas?	Producto (x) Sustracción (-) Sustracción (-) División (:)

-Problemas combinados puros. –son aquellas situaciones problemáticas que se resuelven sus intermedios con operaciones del mismo campo conceptual (+ y/o – o x y/o :)

TEXTO	PREGUNTAS	OPERACIONES
Ayer salió mi tío Juan a pescar y al recoger la red traía 26 truchas, 9 pejerrey, 7 pacos, 8 dorados, 5 lisas y era pequeñas las devolvió al río.	¿Cuántos peces cogió mi tío Juan ayer?	Sustracción (-) Sustracción (-) Adición (+)

Investigaciones sobre la resolución de problemas matemáticos.

En los últimos años, se han hecho extensas revisiones sobre la literatura de investigación en resolución de problemas matemáticos, entre las que pueden citarse las de Lester (1980), Schoenfeld (1992) y Kilpatrick (1969). De su lectura se puede concluir que la investigación en esta área comenzó por ser atórica, asistemática, interesada casi exclusivamente en problemas standard y restringida a cuantificaciones sobre el comportamiento en resolución de problemas. Actualmente, en cambio, usa un amplio rango de métodos (cuantitativos y cualitativos), abarca un amplio espectro de problemas y tiene un sustento teórico.

En los últimos años, y sobre la base de las investigaciones anteriores, fue posible tener una visión más amplia a partir de la incorporación de conceptos como el de las interacciones sociales y el del aprendizaje situado, que emergieron como cuestiones centrales.

Un recorrido por los principales resultados de investigación, revela cuatro áreas de indagación en las cuales se han hecho importantes progresos:

- a) La determinación de la dificultad en los problemas;
- b) Las distinciones entre buenos y malos resolutores de problemas;

- c) La instrucción en resolución de problemas y
- d) El estudio de la metacognición.

Los principales hallazgos consisten en la identificación de las variables causantes de la dificultad de los problemas, la interacción entre esas variables y su vinculación con las variables del sujeto; la distinción entre expertos y novatos y su caracterización; la determinación de algunos requisitos vinculados a la enseñanza en resolución de problemas y variados intentos de indagar sobre el rol de la metacognición en la resolución de problemas.

Del análisis de la literatura de investigación, se desprende que algunos aspectos fundamentales permanecen sin dirección o no resueltos en el área de la resolución de problemas y en cada uno de los aspectos particulares relacionados con ella. Según Schoenfeld (1992):

- a. Se necesita mucha más claridad sobre el significado del término *resolución de problemas*, que ha funcionado como un paraguas bajo el cual tipos radicalmente distintos de investigación han sido conducidos.
- b. Con relación a los *recursos*, resta elaborar una interacción dinámica entre los recursos y otros aspectos del comportamiento al resolver problemas, es decir, analizar cómo interactúan los recursos con las estrategias, las creencias y las prácticas.
- c. Con relación a las *heurísticas* o *estrategias*, mucho del trabajo

teórico ya ha sido hecho, pero los temas que quedan pendientes tienen más que ver con la práctica y la implementación.

- d. Con respecto a las *concepciones y creencias*, este campo ha reemergido como foco de investigación y necesita una concentración de la atención.
- e. Está poco conceptualizado y necesita simultáneamente nuevas metodologías y nuevos marcos explicativos.
- f. Con respecto a las *prácticas* y a los significados a través de los cuales son aprendidas, su importancia parece haber sido reconocida, pero lo único que se ofrece para explicarla es un pequeño número de bien descritos estudios de casos.

Contextualización de los problemas:

El docente sitúa a los estudiantes en una experiencia cotidiana.

Se selecciona y presenta una situación del contexto.

Al contextualizar, integramos situaciones del mundo real con los aprendizajes de la escuela. Para que una actividad sea más significativa en términos de aprendizaje, es necesario tomar como base el contexto real de la vida familiar y comunitaria de nuestros estudiantes.

La matemática se aprende al tratar de resolver problemas que el estudiante identifica en su realidad, sobre la base de sus saberes previos y según el grado, la edad, sus juegos, entre otros.

Además, se promueve el rescate de los saberes locales y las situaciones cotidianas de la comunidad.

Factores que intervienen en el proceso de resolución de problemas matemáticos

Hasta el momento, sin embargo, no hay ningún marco explicativo completo sobre cómo se interrelacionan los variados aspectos del pensamiento matemático. En este contexto, parece haber un acuerdo general sobre la importancia de estos cinco aspectos (Schoenfeld, 1992):

- a) El conocimiento de base
- b) Las estrategias de resolución de problemas
- c) Los aspectos metacognitivos
- d) Los aspectos afectivos y el sistema de creencias
- e) La comunidad de práctica

a) El conocimiento de base (los recursos matemáticos)

Para entender el comportamiento individual de un sujeto puesto ante una situación matemática (ya sea de interpretación o de resolución de problemas), se necesita saber cuáles son las herramientas matemáticas que tiene a su disposición: ¿qué información relevante para la situación matemática o problema tiene a mano?, ¿cómo accede a esa información y cómo la utiliza?

En el análisis del rendimiento en situaciones de resolución de problemas, los aspectos centrales a investigar generalmente se relacionan con lo que el individuo sabe y cómo usa ese conocimiento, cuáles son las opciones que tiene a su disposición

y por qué utiliza o descarta algunas de ellas. Desde el punto de vista del observador, entonces, el punto principal es tratar de delinear el conocimiento de base de los sujetos que se enfrentan a la situación de resolución de problemas. Es importante señalar que, en estos contextos, el conocimiento de base puede contener información incorrecta. Las personas arrastran sus concepciones previas o sus limitaciones conceptuales a la resolución de problemas y esas son las herramientas con las que cuentan.

Los aspectos del conocimiento relevantes para el rendimiento en resolución de problemas incluyen: el conocimiento intuitivo e informal sobre el dominio del problema, los hechos, las definiciones y los procedimientos algorítmicos, los procedimientos rutinarios, las competencias relevantes y el conocimiento acerca de las reglas del lenguaje en ese dominio (Schoenfeld, 1985).

En suma, los hallazgos en la investigación señalan la importancia y la influencia del conocimiento de base (también llamado “recursos”) en resolución de problemas matemáticos. Estos esquemas de conocimiento son el vocabulario y las bases para el rendimiento en situaciones rutinarias y no rutinarias de resolución.

b) Las estrategias de resolución de problemas (heurísticas)

Las discusiones sobre las estrategias (o heurísticas) de resolución de problemas en matemática, comienzan con Polya, quien plantea cuatro etapas en la resolución de problemas matemáticos:

Primero: Comprender el problema: ¿cuál es la incógnita?, ¿cuáles son los datos?, ¿cuáles son las condiciones?, ¿es posible satisfacerlas?, ¿son suficientes para determinar la incógnita, o no lo son? ¿Son irrelevantes, o contradictorias?, etc.

Segundo: Diseñar un plan: ¿se conoce un problema relacionado?, ¿se puede replantear el problema?, ¿se puede convertir en un problema más simple?, ¿se pueden introducir elementos auxiliares?, etc.

Tercero: Ponerlo en práctica: aplicar el plan, controlar cada paso, comprobar que son correctos, probar que son correctos, etc.

Cuarto: Examinar la solución: ¿se puede chequear el resultado?, ¿el argumento?, ¿podría haberse resuelto de otra manera?, ¿se pueden usar el resultado o el método para otros problemas?, etc.

Sin embargo, mientras su nombre es frecuentemente invocado, sus ideas son habitualmente trivializadas. Poco de lo que se hace en el nombre de Polya, conserva el espíritu de sus ideas. El status científico de las estrategias heurísticas discutidas por Polya en su libro, ha sido problemático, a pesar de que la evidencia parece haberse vuelto a su favor en las pasadas décadas (Schoenfeld, 1992).

c) Los aspectos metacognitivos

En el curso de una actividad intelectual, como, por ejemplo, la resolución de problemas, en algún momento se hace un análisis

de la marcha del proceso. Monitorear y controlar el progreso de estas actividades intelectuales son, desde el punto de vista de la psicología cognitiva, los componentes de la metacognición.

Hallazgos de investigación en educación matemática señalan que el desarrollo de la autorregulación en temas complejos es difícil y frecuentemente implica modificaciones de conducta (desaprender conductas inapropiadas de control aprendidas antes). Estos cambios pueden ser realizados, pero requieren largos períodos de tiempo.

Los aspectos metacognitivos se relacionan, en suma, con la manera en que se seleccionan y despliegan los recursos matemáticos y las heurísticas de que se dispone.

d) Los sistemas de creencias

Las creencias, concebidas como la concepción individual y los sentimientos que modelan las formas en que el individuo conceptualiza y actúa en relación con la matemática, comenzaron a ocupar el centro de la escena en la investigación en educación matemática, a partir de la última década. Sobre esta cuestión, Lampert (1992) señala:

“Comúnmente, la matemática es asociada con la certeza; saber matemática y ser capaz de obtener la respuesta correcta rápidamente van juntas. Estos presupuestos culturales, son modelados por la experiencia escolar, en la cual hacer matemática significa seguir las reglas propuestas por el docente; saber

matemática significa recordar y aplicar la regla correcta cuando el docente hace una pregunta o propone una tarea; y la “verdad” matemática es determinada cuando la respuesta es ratificada por el docente. Las creencias sobre cómo hacer matemática y sobre lo que significa saber matemática en la escuela son adquiridas a través de años de mirar, escuchar y practicar.”

Las creencias pueden ser consideradas la zona oscura o de transición entre los aspectos cognitivos y afectivos. Thompson (1992), reseñó los estudios que documentan cómo los docentes difieren ampliamente en sus creencias sobre la naturaleza y el sentido de la matemática, así como en su visión sobre cuáles son los objetivos más importantes de los programas escolares de matemática, el rol de los docentes y los estudiantes en las clases de matemática, los materiales de aprendizaje más apropiados, los procedimientos de evaluación, etc. Estas investigaciones también han mostrado que existen relaciones entre las creencias y concepciones de los docentes de matemática por una parte y sus visiones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la matemática y su propia práctica docente, por otra.

Thompson encontró grandes diferencias en la visión de docentes sobre la naturaleza y el significado de la matemática, que van desde considerarla como un cuerpo estático y unificado de conocimientos absolutos e infalibles, hasta considerarla como un campo de la creación y la invención humana en continua

expansión.

Una de las principales diferencias encontradas por Thompson, se relaciona con el rol de la resolución de problemas en la enseñanza de la matemática. Por otra parte, también observó discrepancias entre las creencias que profesan los docentes y la práctica de la enseñanza que realizan, lo que evidencia que las creencias de los docentes no se relacionan de una manera simple y directa con su comportamiento.

En suma, conscientes o no, las creencias modelan el comportamiento matemático. Las creencias son abstraídas de las experiencias personales y de la cultura a la que uno pertenece. Esto conduce a la consideración de la *comunidad de práctica de la matemática*, como el último, pero no por eso el menos importante, de los aspectos a considerar.

La enseñanza de la matemática desde una concepción basada en la resolución de problemas

Enseñar a partir de la resolución de problemas, tal como lo plantea Polya, se vuelve difícil para los docentes por tres razones diferentes:

1. **Matemáticamente**, porque los docentes deben poder percibir las implicaciones de las diferentes aproximaciones que realizan los alumnos, darse cuenta si pueden ser fructíferas o no, y qué podrían hacer en lugar de eso.
2. **Pedagógicamente**, porque el docente debe decidir cuándo

intervenir, qué sugerencias ayudarán a los estudiantes, sin impedir que la resolución siga quedando en sus manos, y realizar ésto para cada alumno o grupo de alumnos de la clase.

- 3. Personalmente**, porque el docente estará a menudo en la posición (inusual e incómoda para muchos profesores) de *no saber*. Trabajar bien sin saber todas las respuestas, requiere experiencia, confianza y autoestima.

Por otra parte, distintos autores señalan que existe una urgente necesidad de proveer a los docentes con mayor información acerca de “cómo enseñar a través de la resolución de problemas”, destacándose tres aspectos principales a profundizar en la investigación:

- 1. El rol del docente en una clase centrada en la resolución de problemas*: poca literatura relacionada con la investigación en la enseñanza a través de la resolución de problemas discute la especificidad del rol del docente.
- 2. Lo que realmente ocurre en las clases centradas en la resolución de problemas*: no hay una descripción adecuada de lo que realmente ocurre en estas clases, a pesar de existir largas listas sobre los comportamientos de los docentes, sobre los comportamientos de los alumnos, sobre sus interacciones y la clase de atmósfera que existe.
- 3. La investigación debe centrarse en los grupos y las clases como un todo, y no en los individuos aislados**: gran parte de lo investigado

en resolución de problemas matemáticos se ha centrado en los procesos de pensamiento usados por los individuos mientras resuelven problemas. Sin embargo, queda pendiente profundizar la investigación centrándose en los grupos y en los ambientes de clase, indagando los procesos de enseñar y aprender matemática desde la perspectiva del aprendizaje situado.

Fases del proceso de resolución de problemas

En este punto existen diversos enfoques. Uno de ellos es el propuesto por George Polya (1949), quien estableció cuatro etapas en el proceso de resolución de problemas.

Veamos el desarrollo de estas fases a través de un ejemplo en el que analizamos el proceso que sigue una persona que enfrenta un determinado problema:

**FASES DEL
PROCESO DE
RESOLUCIÓN DE
PROBLEMAS**

Situación a enfrentar:

Soy docente de una escuela multigrado. A las 8 de la noche estaba preparando los materiales que mañana usaré con mis estudiantes. De pronto, se cortó la luz en toda la comunidad.

**1
Comprensión del
problema**

Es importante terminar mis materiales, porque los tenía previstos para mañana, y si no tengo los materiales necesarios no haré bien mi trabajo. Debo pensar en una alternativa para tener mis materiales listos para la sesión de mañana.

2
Concepción de un plan

Ante la situación que enfrente, puedo:

- Ir a comprar velas a la tienda de don Pancho y terminar mi trabajo, pero la tienda está lejos y como ya es tarde puede estar cerrada.
- Levantarme muy temprano mañana y terminar de hacer los materiales, aunque tal vez no me alcance el tiempo.
- Ir donde el profesor Juan, que tiene materiales parecidos; si le explico lo que pasó, me los puede prestar. Así puedo completar lo que ya tenía preparado.

¿Qué será lo mejor?

3
Ejecución del plan

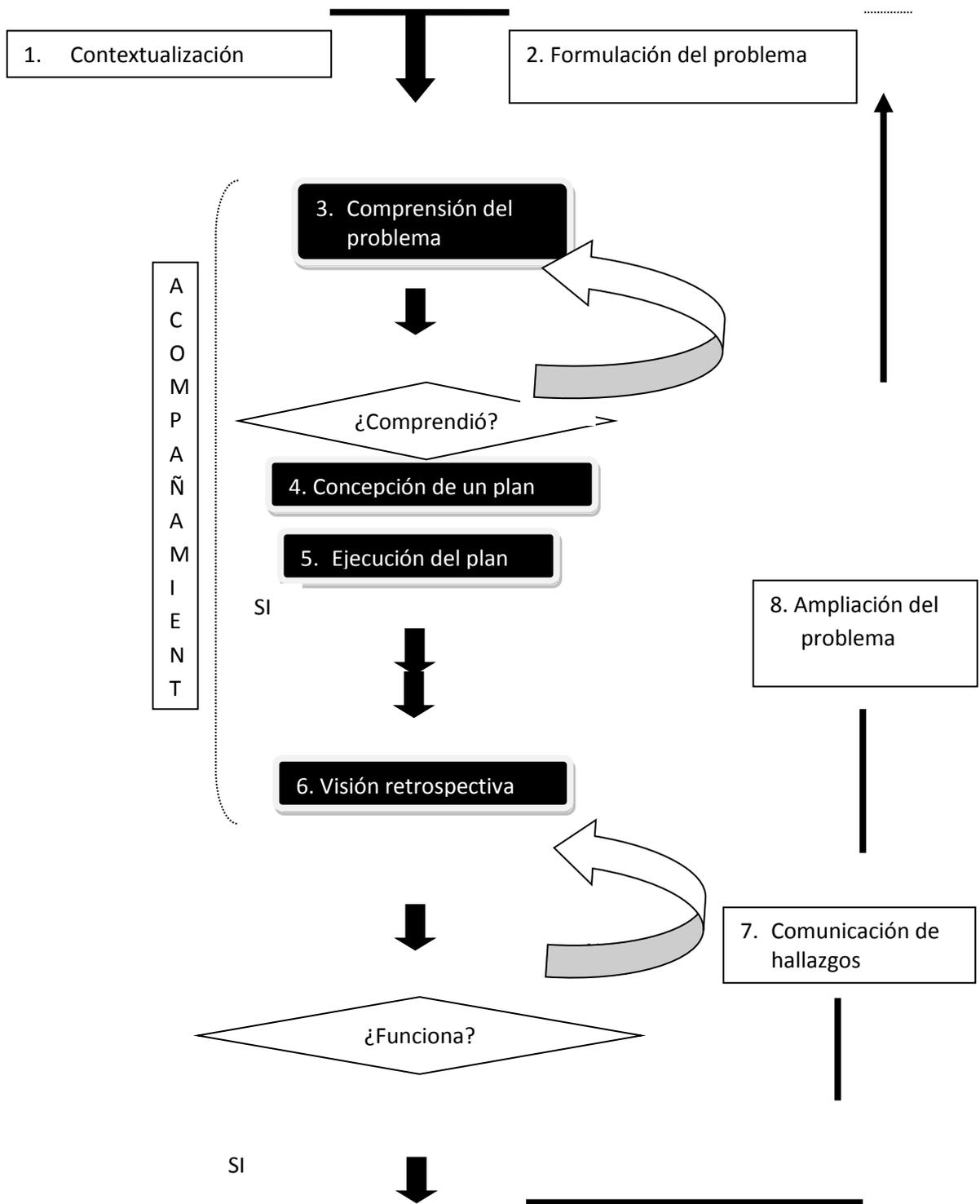
Voy a la casa del profesor Juan y le pido que me preste sus materiales. Él me los entrega y yo me comprometo a devolvérselos en buen estado.

4
Visión retrospectiva

- Esa fue la mejor opción.
- He aprendido que debo preparar los materiales con más anticipación para que no me vuelva a suceder lo mismo.
- Puedo organizarme con mis colegas para elaborar materiales en común y compartirlos en nuestras sesiones.

Como señala Orozco (2006), la solución de problemas se concibe no solo desde el punto de vista externo: contenido, estructura y grado de complejidad de la tarea; sino interno, que transcurre mentalmente en el estudiante al solucionarla (determinación de las condiciones, selección de estrategias y técnicas de solución, y aprehensión de los instrumentos o procedimientos de solución).

Esta estrategia es flexible y desencadena procesos lógico-matemáticos que debemos considerar en la programación de la sesión de aprendizaje, articulando con otras áreas. La secuencia didáctica es la siguiente:



1. Comprender el problema.

Ver claramente lo que se pide

¿Cuál es la incógnita?

¿Cuáles son los datos?

¿Cuál es la condición? ¿Es suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

Técnicas para comprender el enunciado de un problema por ejemplo:

- ✓ Usar objetos para representar la situación problemática.
- ✓ Dibujar esquemas para visualizar el problema.
- ✓ Buscar la solución por aproximación.
- ✓ Construir una tabla de datos.

2. Concebir un plan

Encontrar las relaciones que existen entre los diversos elementos.

Ver que liga la incógnita con los datos.

Encontrar la idea de la solución y trazar un plan.

Tenemos un plan cuando sabemos, al menos a “grosso modo”, qué cálculos, que razonamientos o construcciones se deben efectuar para determinar la incógnita.

Técnicas para concebir un plan de solución

- ✓ Encontrar problemas relacionados (incógnita o enunciados similares)
- ✓ Utilizar la solución o método de solución de un problema anteriormente resuelto.

- ✓ Enunciar el problema de otra forma
- ✓ Imaginar un problema análogo, más general o más específico.
- ✓ Resolver una parte del problema.
- ✓ Considerar una parte de la condición; descartar el resto ¿varía la incógnita?
- ✓ Deducir algún elemento de los datos.
- ✓ Buscar datos apropiados para la incógnita.
- ✓ Cambiar la incógnita, o los datos, o ambos.
- ✓ Revisar si se ha empleado todos los datos, condiciones.
Considerar qué nociones son necesarias para resolver el problema.

3. Ejecución del plan

Al ejecutar su plan de la solución, compruebe cada uno de los pasos y asegúrese que los cálculos estén correctos.

Consideraciones a tener al ejecutar el plan de solución de un problema:

- ✓ Verificar cada paso
- ✓ Tener cuidado que cada paso sea el correcto
- ✓ Demostrar o contrastar constantemente

4. Visión retrospectiva

Es volver atrás una vez encontrada la solución, revisarla y discutirla.

Sugerencias para realizar la visión retrospectiva.

- ✓ Verificar el resultado

- ✓ Verificar el razonamiento
- ✓ Buscar otras formas para obtener el resultado
- ✓ Observar la solución de manera general.
- ✓ Emplear el resultado o el método en algún otro problema.

Consideraciones Generales

- Cada una de estas fases es importante.
- Puede suceder que a uno se le ocurra por casualidad una idea excepcionalmente brillante y vaya directamente a la solución. Puede llegarse a un resultado no deseado, desafortunado, si el alumno descuida cualquiera de las cuatro fases. Además, esto no sucede todo el tiempo.
- Hay alumnos que se lanzan a hacer cálculos o construcciones sin haber *comprendido* el problema.
- Es inútil ocuparse de los detalles sin haber trazado un *plan previo*.
- Se puede evitar muchos errores si el alumno verifica cada paso al *llevar al cabo el plan*.
- Los mejores resultados pueden perderse si el alumno no *reconsidera* la solución obtenida.

La resolución de problemas de matemáticas como contenido en el currículo de primaria

a) Perspectivas sobre la resolución de problemas de matemáticas

En los trabajos sobre educación matemática podemos encontrar aportaciones que tratan de clarificar el significado del vocablo

‘problema’ y de la expresión ‘Resolución de Problemas’, entre ellos Schoenfeld (1985), Gaulin (1986), Schroeder y Lester (1989), Blanco (1993), Puig (2008) y Pino (2013). En términos generales, podríamos señalar un acuerdo en tres acepciones diferentes sobre el papel de la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas: i. Enseñanza para la resolución de problemas; ii. Enseñanza sobre la resolución de problemas y iii. Enseñanza vía resolución de problemas, esto es: Las actividades propuestas a los estudiantes les permiten aplicar sus conocimientos matemáticos en la resolución de problemas tomados de diferentes fuentes, intra o extra matemáticos. La enseñanza para la resolución de problemas es una consideración tradicional respecto del papel de la Resolución de Problemas (RP) como aplicación de la teoría, previamente estudiada. Esta acepción se refleja en los libros de texto al situar los problemas al final de los capítulos o después de la introducción de algún concepto o algoritmo. De esta manera, los problemas se resolverían de acuerdo a los procedimientos señalados en el capítulo. La referencia a la aplicación de conocimientos matemáticos a través de la RP es continua. La enseñanza sobre la RPM se centraría en trabajar para que los alumnos experimenten y asuman diferentes formas de abordar los problemas, tanto desde lo cognitivo como lo afectivo. En esta línea, se centran los esfuerzos en trabajar diferentes fases sobre resolución de problemas, y en favorecer la reflexión y discusión

sobre el propio proceso. Desde esta perspectiva, la resolución de problemas se constituye en un contenido específico y una actividad compleja que los alumnos deben aprender a desarrollar. Finalmente, podríamos considerar las situaciones problemáticas como punto de partida que permiten generar y consolidar conocimientos matemáticos. Ello ayuda a crear una atmósfera de investigación orientada y de resolución de problemas necesaria para la construcción del conocimiento matemático.

b) La resolución de problemas como contenido en el currículo de matemáticas

En Blanco y Cárdenas (2013) y Cárdenas (2014) se analiza ampliamente el significado de la resolución de problemas como contenido justificando esta perspectiva desde las publicaciones específicas de resolución de problemas de matemáticas y desde los currículos de primaria y secundaria. Específicamente, en el currículo de la Comunidad Autónoma de Extremadura (Decreto, 2007), cuando se hace referencia a la enseñanza en el nivel de primaria, podemos encontrar la siguiente referencia:

“Los contenidos asociados a la resolución de problemas constituyen la principal aportación que desde el área se puede hacer a la autonomía e iniciativa personal” (Decreto, 2007, p. 7911).

El currículo incide, en diferentes ocasiones, en la importancia de la RPM como una actividad que debe considerarse específicamente en la enseñanza de las matemáticas para su aprendizaje señalando

diferentes sugerencias para que los alumnos aprendan a resolver problemas. No obstante, estas recomendaciones, autores como Schoenfeld (2007) o Pino y Blanco (2008) indican el escaso reflejo que se tiene de esta perspectiva (Enseñanza sobre la resolución de problemas) en los libros de texto. En España hubo un intento de introducir 'estrategias para la resolución de problemas' en el libro de texto de Guzmán, Cólera y Salvador (1991), que desgraciadamente se abandonó a los pocos años.

c) Contenidos específicos sobre la resolución de problemas de matemáticas en primaria

El contenido de cada una de las categorías lo vamos a desarrollar a partir de referencias específicas del currículo de primaria que tiene relación con el enunciado de cada una de ellas. Las ideas aportadas en este capítulo se complementarán con las orientaciones del capítulo siete y las actividades señaladas en el capítulo once, que permitirán desarrollar estos contenidos.

c.1. formular o plantear problemas

El currículo nos indica, en diferentes momentos, la importancia de captar la información significativa de situaciones cotidianas y de ser capaces de formularla en términos matemáticos. Es decir, nos anima a utilizar las matemáticas para describir, analizar, interpretar y comprender la realidad. Y, específicamente en relación a la RPM, señala la conveniencia de proponer a los alumnos que inventen y formulen problemas a partir de diferentes situaciones que nos

sugiere el entorno o su imaginación. Así, por ejemplo, en un párrafo nos recomienda la:

“Invención y formulación de problemas de la vida cotidiana a partir de situaciones dadas en los que se precise realizar varias operaciones matemáticas para su resolución” (p. 7921).

De modo que podríamos proponer a los alumnos que enuncien un problema que se resuelva con una operación de multiplicar. Ello permite reflexionar sobre el significado de la multiplicación como operación matemática y precisar su utilización. En el caso de primaria se utilizan, de manera reiterada, los términos ‘formular’ o ‘formulación’ para sugerir que los alumnos planteen problemas a partir de diferentes contextos y en referencia a contenidos específicos de matemáticas.

La actividad de plantear/inventar/formular problemas parece oportuna por cuanto obliga a trabajar a los alumnos sobre el significado de los conceptos y/o procedimientos matemáticos o sobre la utilidad de los mismos. Así, si un alumno debe plantear un problema que se resuelva con una multiplicación tendrá que imaginar diferentes situaciones que permitan aplicar esta operación, por lo que le estará dando significado a este concepto y al proceso matemático a emplear. Probablemente, este alumno se responda a la pregunta reiterada por los escolares de: ¿para qué sirve esto? O por ejemplo, si proponemos que redacten problemas cuya pregunta sea calcular el volumen del cilindro deberán analizar la fórmula

correspondiente para ver diferentes posibilidades para llegar a su solución a partir de la medida de la base y altura o de la medida de radio o diámetro de la base y de la altura del cilindro. La invención o formulación de problemas a los alumnos puede proponerse en diferentes momentos de enseñanza, tanto dentro del aula como fuera de ella. Así, los alumnos podrán inventar o formular problemas en relación a procesos o conceptos matemáticos que estemos trabajando para observar y comprender la relación de los mismos en diferentes contextos. También, cuando queremos hacer problemas sobre algún contenido. O en la fase final de la resolución de problemas para permitir la transferencia del conocimiento aprendido en el problema resuelto a otras situaciones posibles.

c.2. Modelo general de Resolución de Problemas

El texto del currículo nos propone explícitamente un modelo para abordar los problemas, similar al propuesto inicialmente por Polya (1945), que desarrollamos en dos referencias generales y complementarias:

La RPM requiere: leer comprensivamente, reflexionar, establecer un plan de trabajo que se va revisando durante la resolución, modificar el plan si es necesario, comprobar la solución si se ha encontrado, hasta la comunicación de los resultados.

La ansiedad de los estudiantes para maestro ante la enseñanza de las matemáticas

Las dificultades en el aprendizaje de las matemáticas es un hallazgo común en multitud de investigaciones (Caballero, 2013, Durmus, 2004; Halat, 2007). Se han estudiado diversas variables que influyen en este hecho: el tipo de instrucción, el género, el ambiente, la falta de apoyo de los padres, la falta de confianza en sí mismo, los estilos de aprendizaje, la ansiedad matemática, etc. (Peker, 2005; lossy, 2007). Algunas de estas variables están incluidas en los factores que engloban la ansiedad hacia las matemáticas y que son los siguientes: factores intelectuales, factores ambientales y de personalidad (Trujillo, y Hadfield, 1999). Entre los factores intelectuales cabe destacar las actitudes de los estudiantes, la falta de confianza en las habilidades matemáticas y los estilos de aprendizaje. Respecto a los factores ambientales, éstos incluyen el uso del método tradicional de enseñanza, el ambiente del aula, las demandas de los padres, etc. Mientras que los factores de personalidad implican la baja autoestima y la timidez de los alumnos entre otros aspectos (Peker, Halat y Mirasyedioglu, 2010). Tomamos la definición de Gresham (2010) para describir la ansiedad hacia las matemáticas como un miedo irracional hacia esta disciplina, que obstaculiza la realización de cálculos numéricos y la resolución de problemas matemáticos en diversas situaciones de la vida

académica y cotidiana del sujeto. Ampliamos esta definición con la aportada por Uusimäki y Nason (2004) que señala que la ansiedad hacia las matemáticas es un sentimiento de gran frustración o impotencia sobre la propia capacidad para las matemáticas, con una respuesta emocional aprendida a la hora de participar en las clases de matemáticas, escuchar un tema, trabajar a través de problemas y / o debatir sobre las matemáticas (Uusimäki y Nason, 2004, p. 370).

Actualmente, la ansiedad hacia las matemáticas es un fenómeno que ocurre desde Educación Primaria hasta estudios universitarios (Caballero, 2013; Yüksel-Sahin, 2008; Peker, Halat, y Mirasyedioglu 2010), convirtiéndose en uno de los problemas emocionales más prevalentes asociados a las matemáticas (Baloglu y Koçak 2006). Autores como Uusimäki y Nason (2004), atribuyen el origen de las creencias negativas de los profesores en formación y la ansiedad hacia las matemáticas a las experiencias como estudiantes de matemáticas, al efecto que tuvieron en ellos sus profesores y a los programas de formación docente. Relacionado con lo anterior, las experiencias docentes anteriores contribuyen a la idea de cómo se deben enseñar las matemáticas (Austin, Wadlington y Bitner 1992), pero si el aprendizaje no se corresponde con las expectativas se produce una fuerte desmotivación que hay que evitar (Gómez-Chacón, 2000).

Qué entendemos por problema de matemáticas.

La palabra problema es frecuentemente utilizada en el lenguaje común y en matemáticas y, en ambos casos, puede tener varios significados. El diccionario de la Real Academia Española de la Lengua (2014) señala cinco acepciones para el vocablo 'problema':

1. Cuestión que se trata de aclarar. 2. Proposición o dificultad de solución dudosa. 3. Conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecución de algún fin. 4. Disgusto, preocupación. 5. Planteamiento de una situación cuya respuesta desconocida debe obtenerse a través de métodos científicos.

Podríamos reorganizar los términos empleados señalando que aparecen palabras o expresiones como cuestión o proposición (como sinónimo de tarea) que tratamos de aclarar que tiene una solución dudosa y desconocida y que tenemos dificultad para alcanzarla, lo que puede generarnos preocupación. Es decir, en un primer acercamiento, podríamos señalar la existencia de problemas cuando hay una tarea a realizar que nos genera dudas en la manera de abordarla y/o solucionarla. En otros términos, podríamos asumir que un problema requiere de una situación que provoca incertidumbre y de una actitud de búsqueda de algún objetivo, explícito o implícito. En la vida cotidiana decimos “tengo un problema” cuando tenemos dudas sobre la manera de proceder ante una situación que nos preocupa. Sin embargo, como nos recuerda Pino (2013), en matemáticas existe consenso sobre el carácter

polisémico de la palabra problema, y no existe una única definición en la que todos estemos de acuerdo. Las expresiones ‘problema de matemáticas’ y ‘resolución de problemas de matemáticas’ tienen diferentes significados entre los profesores y para los alumnos y, ello puede enmascarar diferentes puntos de vista sobre lo que constituye un problema (Arcavi y Frielander, 2007). A pesar de estos múltiples considerandos sobre el significado de la expresión problema, en la mayoría de los ciudadanos pervive la idea de problema de matemáticas como actividad que se propone a partir de un enunciado, normalmente escrito, con una estructura cerrada, y cuya resolución supone la aplicación inmediata de unos conocimientos (usualmente algoritmos específicos) previamente adquiridos. Este resultado ya era considerado en Leif y Dezaly (1961) al señalar que la resolución de problemas en la enseñanza de las matemáticas encuentra su justificación en saber aplicar los conocimientos previamente adquiridos. Esto es: “asegurar el paso desde el conocimiento a su utilización práctica” (Leif y Dezaly, 1961, p. 205). Es la perspectiva llamada ‘Enseñanza para la resolución de problemas’ (ver capítulo 2), que asume que para desarrollar esta actividad sería necesario estudiar y conocer previamente los contenidos matemáticos y las técnicas operatorias para poder aplicarlas a alguna situación, real o matemática, planteada. Sin embargo, y dentro de este esquema tradicional, se establece una diferencia entre lo que sería llamado típicamente problema y los

meros ejercicios para practicar rutinas usuales en la enseñanza de los procesos matemáticos. Entenderíamos cómo ejercicios cuando la actividad plantea reconocer el resultado de un proceso o recordar una propiedad ($3 + 7 > 2 + 5$. ¿Verdadero o falso?), el reconocimiento o resolución de un algoritmo (“Resolver la ecuación $x^2-3x-5=0$ ”). Y los distinguiríamos de los problemas al señalar la importancia de que haya algo que buscar o un enigma que aclarar dentro de un contexto que debe estar, explícita o implícitamente, bien definido. “Calcular el área de un rectángulo sabiendo que su base mide 4 metros y su altura 3 metros” o “En una fiesta hay 30 personas, de las que $\frac{2}{5}$ son niños y $\frac{3}{5}$ niñas. ¿cuántas personas hay de cada género?”. A pesar de que esta diferencia pudiera estar clara, son numerosos los autores que la cuestionamos cuando tenemos en cuenta la actividad que los resolutores deben hacer para resolver estos enunciados. Es decir, es necesario precisar a qué nos referimos cuando hablamos de los problemas y cuestionar algunas de las actividades que han sido tradicionalmente tomadas como tales. Schoenfeld (1985) al analizar el siguiente ejemplo: “Juan tiene siete manzanas. Le da tres a María. ¿Cuántas manzanas le quedan a Juan?”, señala que representan actividades que sitúan las matemáticas en el contexto del “mundo real”, aceptando que la resolución de estas tareas, que toman como modelo tales situaciones reales, tiene por supuesto más “relevancia” que el resolver ejercicios numéricos como $7-3=?$, pero no las sitúa en la

categoría de problema. Schoenfeld (1985) afirma que es muy discutible el que se puedan considerar estos tipos de trabajos escolares como de “resolución de problemas” propiamente dichos. Tales ejercicios son, en verdad, más relevantes que los puramente numéricos, pero, en el fondo, todavía son ejercicios de tipo algorítmico o de fórmulas; hay muy poco de “problema” en resolver uno de estos ejercicios, cuando ya se han hecho docenas de tipo parecido (Schoenfeld, 1985, p. 28).

Es decir, una actividad puede resultar un problema en algún momento al presentar alguna dificultad en su resolución y dejar de ser un problema cuando ya hemos asimilado el procedimiento de solución. Asumiendo esta aportación, tendríamos que entender que un problema es una relación particular entre la tarea y la persona que trata de resolverla. Y, así utilizar la palabra problema para referirse a una tarea que tiene dificultad para el individuo que está tratando de resolverla. “El hecho de que exista un problema no es una propiedad inherente de la tarea matemática: la palabra está ligada a la relación o interacción entre el individuo y esa tarea” (Santos, 2007, p. 48), considerando que “la dificultad debe ser un impase intelectual y no solamente en un nivel operacional o de cálculo” (Santos, 2007, p. 49).

Qué es un problema matemático.

Teniendo en cuenta estas consideraciones vamos a retomar algunas referencias de autores que han tratado de sintetizar el significado de

problema de matemáticas. Así, para House, Wallace y Johnson, (1983):

Problema matemático es una situación que supone una meta para ser alcanzada donde existen obstáculos para alcanzar ese objetivo que requiere deliberación, y se parte del desconocimiento del algoritmo útil para resolver el problema. La situación es usualmente cuantitativa o requiere técnicas Matemáticas para su solución, y debe ser aceptado como problema por alguien antes de que pueda ser llamado problema (p. 10).

En Blanco (1993) se recogen propuestas anteriores sobre el significado de problema señalando que problema es una situación en la que se formula una tarea que debe ser desarrollada, y en la que en un ambiente de discusión, de incertidumbre y de comunicación se pretende alcanzar unos objetivos. En este propósito cuantitativo o no, pero que debe requerir técnicas Matemáticas, el proceso a seguir no debe ser conocido inmediata y fácilmente. Se requiere en todo caso una voluntad de atacar el problema provocado, por la necesidad de la solución o bien por algún tipo de motivación (Blanco, 1993, p. 23).

Para Carrillo (1998),

el concepto de problema debe asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la consciencia de tal situación, la existencia de dificultad a

la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento (Carrillo, 1998, p. 87).

Podemos encontrar otras aportaciones al respecto en NCTM (1981), Charles y Lester (1982), Lester (1983), Borasi (1986), Codina y Rivera (2001), Santos (2007) y, finalmente, Pino (2013) quien hace una interesante revisión acerca de autores que han tratado de definir y caracterizar el vocablo problema. Este autor presenta una tabla que sintetiza diferentes aportaciones sobre las características que tiene que tener una actividad matemática para que pueda ser considerada problema, y de las que destacamos la necesidad de tener un objetivo al que no podemos llegar fácilmente con un proceso inmediato; las dudas y/o bloqueos generados por la situación planteada o por el desconocimiento de ese método claro que nos lleve a la solución; el aceptar el reto consciente para llegar a él lo que puede ser considerado por el resolutor como un desafío personal y uso de conceptos y procesos matemáticos.

Problemas aritméticos

Son aquellos que, en su enunciado, presentan datos en forma de cantidades y establecen entre ellos relaciones de tipo cuantitativo, cuyas preguntas hacen referencia a la determinación de una o varias cantidades o a sus relaciones, y que necesitan la realización de operaciones aritméticas para su resolución.

Se clasifican en problemas aritméticos de primer, segundo o tercer nivel teniendo en cuenta el número de operaciones que es necesario

utilizar para su resolución, así como la naturaleza de los datos que en ellos aparecen.

Problemas aritméticos de segundo nivel

También llamados problemas combinados. Para su resolución es necesario realizar varias operaciones (dos o más) en un cierto orden. Son más complejos que los de primer nivel puesto que supone establecer unas relaciones más complejas entre los datos aportados por el enunciado. Dentro de esta tipología podría hablarse de diferentes clasificaciones según el criterio seguido.

Problemas combinados fraccionados. Son aquellos en los que en el enunciado aparecen varias preguntas encadenadas, las cuales ofrecen al resolutor el plan para responder a la última pregunta, que es propiamente la finalidad del problema.

Ejemplo:

Una señora lleva en la cartera s/. 300.00. Entra a una tienda de ropa y compra 3 pantalones que le cuestan s/. 72.00 cada uno y 2 camisetas a s/. 15.00 la unidad.

¿Cuánto dinero valen los tres pantalones?

¿Cuánto paga por las camisetas?

¿Cuánto dinero gasta la señora en la tienda?

¿Cuánto dinero le quedará en la cartera al salir?

Resolución de problemas de matemáticas: aspectos cognitivos y afectivos

La Resolución de Problemas ha sido considerada desde siempre como el foco en las matemáticas (Arcavi y Friedlander, 2007). A este respecto, Royo (1953) en referencia al papel de la Resolución de Problemas en la escuela, señalaba:

Tienen los problemas tal importancia, que hay quien se pregunta si la parte principal del estudio matemático no debe ser la solución del problema en lugar del estudio del libro de texto. Hacer de los problemas un suplemento indica un fallo en la verdadera función del trabajo matemático. Si concedemos que el 'poder' y no el 'saber', el 'pensar' y no el 'memorizar' son los aspectos beneficiosos de la matemática, la importancia de los problemas es indudable (Royo, 1953, p. 253)

Sin embargo, es a partir de la década de los 80, cuando se insiste en que la Resolución de Problemas debe ser el eje de la enseñanza de la matemática escolar (NCTM, 1980). Muchas fueron las aportaciones desde esa época, que nos llevaron a asumir que la Resolución de problemas como tarea compleja, ofrece una posibilidad para organizar la diversidad de niveles existentes en el aula, es un marco ideal para la construcción de aprendizajes significativos y fomentar el gusto por las matemáticas (Carrillo, 1995). En España se aceptó esta perspectiva en la Ley de Ordenación General del Sistema Educativo Español de 1990, y

desde entonces se ha mantenido en los diferentes textos curriculares.

Enseñanza de las matemáticas, resolución de problemas y dominio afectivo

La resolución de problemas de matemáticas (RPM) ha sido considerada en los últimos 30 años como una actividad importante en el aprendizaje de las matemáticas, incrementando su presencia en los currículos (Castro, 2008; Puig, 2008; Santos, 2007) sugiriéndose que sea uno de los ejes principales de la actividad matemática y el soporte principal del aprendizaje matemático. De esta manera, debe considerarse como eje vertebrador del contenido matemático, ya que pone de manifiesto la capacidad de análisis, comprensión, razonamiento y aplicación. Además, se propone como un contenido específico (Blanco y Cárdenas, 2013; ver capítulo 2) y aparece como una competencia básica que los alumnos deben adquirir. Son numerosas las referencias para los profesores que podemos encontrar en los documentos curriculares sobre aspectos específicos y generales relacionados con la RPM.

Diferentes informes internacionales sobre educación matemática, como los Informes PISA del 2003, 2006, 2009 y 2012 y el informe TIMSS del 2011, muestran los pobres resultados obtenidos en matemáticas y, específicamente, en la resolución de problemas. Ello, ha sido un motivo para poner de manifiesto la importancia de la resolución de problemas de matemáticas en la enseñanza

obligatoria. Estos resultados confirman la idea de Castro, (2008) y Santos, (2008) quienes insisten en que los intentos realizados para enseñar a los alumnos, de primaria y secundaria, estrategias generales de resolución de problemas no han tenido éxito. Simultáneamente, parece importante recordar la falta de atención de los libros de texto en el tratamiento de las heurísticas y estrategias generales para resolver problemas (Pino y Blanco, 2008; Schoenfeld, 2007) y la falta de referencia de los profesores de secundaria para trabajar y evaluar específicamente en el aula los diferentes heurísticos (Cárdenas, 2014) como se sugiere en los diferentes currículos de matemáticas. Uno de los aspectos que actualmente se enfatiza y asume en relación a la educación matemática en los currículos es la influencia de la afectividad en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Y, en particular, en la resolución de problema. Ya, en la década de los 80 algunos autores como Charles y Lester (1982) señalaban que “el resolutor de problemas tiene que tener suficiente motivación y falta de stress y/o ansiedad para permitirle llegar a la solución” (p. 10). En su trabajo, reconocían que factores cognitivos, de experiencia y los afectivos influyen el proceso de resolución de problema de matemáticas. Entre los factores afectivos señalaban explícitamente el interés, la motivación, la presión, la ansiedad, el stress y la perseverancia. En esta época, McLeod (1989, 1992) mostró que los procesos cognitivos implicados en la Resolución de Problemas de

Matemáticas son susceptibles a la influencia del dominio afectivo en tres áreas: creencias, actitudes y emociones. Estos descriptores han sido revisados en diferentes ocasiones (Blanco, 2012; Gil, Blanco y Guerrero, 2005; Gómez-Chacón, 2000, 2010).

El aporte de piaget

Durante los últimos años el psicólogo suizo Jean Piaget desarrollo un modelo que describe como los seres humanos le dan sentido a su mundo reuniendo y organizando la información. Su teoría reitera la existencia de varias etapas por las que debe pasar una persona para desarrollar los procesos del pensamiento de un adulto. Piaget utilizó el método clínico, estudiaba a los niños mediante entrevistas exhaustivas y no estructuradas.

El trabajo de Piaget manifiesta que una de las influencias más importantes sobre nuestros procesos de pensamiento es la maduración; la aparición de los cambios biológicos que están genéticamente determinados en cada ser humano desde la concepción, considerando que la maduración proporciona la base biológica para que puedan presentarse todos los demás cambios.

Otra influencia respecto a los cambios de los procesos del pensamiento es la actividad. Con la madurez física, se mejora la capacidad de actuar en el medio y de aprender, y conforme nos desarrollamos, también interactuamos con las personas que nos rodean, es decir nuestro desarrollo cognoscitivo es influido por la transmisión social o lo que aprendemos de los demás, la transmisión

social varía de acuerdo con la etapa de desarrollo cognoscitivo en que se encuentra la persona. Como resultado de su formación inicial en el campo de la Biología, concluyó que todas las especies heredan dos tendencias: la primera hacia la organización, la combinación, el arreglo, la recombinación y el arreglo de las conductas y los pensamientos en sistemas coherentes; la segunda está orientada hacia la adaptación o ajustes del medio, también menciona Piaget que toda persona nace con tendencia a organizar sus procesos de pensamiento en estructuras psicológicas, dándole un nombre especial a estas estructuras. En su teoría la denomina esquemas, que son los elementos básicos de construcción del pensamiento, sus sistemas de acciones o pensamientos organizados que nos permiten representar los objetos y sucesos de nuestro mundo.

Además de tener la tendencia de organizar las estructuras psicológicas, las personas heredan la tendencia adaptarse al medio.

Hay dos procesos básicos comprendidos en la adaptación: asimilación y la acomodación.

- a) **La asimilación** tiene lugar cuando las personas usan sus esquemas existentes para darle sentido a los actos y a su mundo, la asimilación significa tratar de entender algo nuevo haciéndolo encajar con lo que ya sabemos.
- b) **La acomodación** se va a producir cuando una persona debe cambiar sus esquemas existentes para responder a una situación

nueva, si no puede hacer que los datos se acomoden a los esquemas existentes, deben desarrollarse estructuras apropiadas.

También existen veces que no se utiliza la asimilación ni la acomodación, si las personas encuentran algo muy conocido pueden ignorarlo. La experiencia es filtrada para ajustarse al tipo de pensamiento que la persona tiene en un determinado momento cuando se lleve a cabo la organización, la asimilación y la acomodación, Piaget considera a esto como un acto de equilibrio, lo que vendría a ser una descripción adecuada de lo que realmente sucede. En su teoría, los cambios del pensamiento se producen gracias al proceso de equilibrio, el acto de buscar balance.

Las cuatro etapas del desarrollo cognoscitivo

Las cuatro etapas del desarrollo cognoscitivo que planteo Piaget son: Sensoriomotriz, Preoperacional, de Operaciones Concretas y Operaciones Formales.

A continuación, presentamos en el siguiente cuadro, las etapas del desarrollo cognoscitivo según Piaget:

ETAPA	EDAD APROXIMADA	CARACTERÍSTICAS
SENSORIO MOTRIZ	0–2 años	Se comienza a usar la imitación, la memoria y el pensamiento. Se da cuenta que los objetos no dejan de existir cuando están escondidos. Pasa de las acciones reflejas a la actividad dirigida.
PREOPERACIONAL	2–7 años	Desarrollo gradual del lenguaje y de la capacidad de pensar en forma simbólica. Es capaz de pensar en operaciones

		continuas de manera lógica en una dirección. Tiene dificultades al ver el punto de vista de otra persona.
OPERACIONAL CONCRETA	7-11 años	Capacidad para resolver problemas concretos en una forma lógica. Entiende las leyes de la conservación y es capaz de dosificar y de seriar. Entiende la reversibilidad.
OPERACIONAL FORMAL	11-15 años	Es capaz de resolver problemas abstractos en forma lógica. El pensamiento es más científico. Desarrolla intereses de carácter social e identidad.

Enfoque sociocultural

Lev Vigotsky considera al individuo como el resultado de un proceso histórico y social en el cual el lenguaje desempeña un papel esencial. Considera que el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y su medio sociocultural. En el enfoque de Vigotsky se pone énfasis fundamentalmente en los conceptos: funciones mentales, habilidades psicológicas, zona de desarrollo próximo, herramientas psicológicas y mediación.

Funciones mentales. Vigotsky clasifica las funciones mentales en inferiores y superiores. Las primeras son genéticas, naturales y a partir de ellas sólo respondemos al medio en una forma limitada, casi impulsiva; en cambio las superiores resultan de la interacción social con los demás, es decir, la sociedad nos moldea con sus características y para desarrollarnos en ella aprendemos sus

símbolos, adquirimos conciencia de nosotros mismos, lo que nos permite desarrollar aprendizajes cada vez más complejos.

Habilidades psicológicas. Las habilidades de las funciones mentales superiores: memoria, atención, formulación de conceptos, etc. son un fenómeno social; primero corresponden al plano social (intersicológicas) y progresivamente se dirigen al ámbito individual (intrasicológicas). A este concepto de transformación de las habilidades de lo social hacia lo individual le llama interiorización.

Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Las posibilidades que tiene el individuo de desarrollar sus habilidades psicológicas mediante la interacción con los demás se denomina Zona de Desarrollo Próximo. Esto quiere decir que nuestro aprendizaje será mayor si la interacción con los demás es más enriquecedora, de mejor calidad. Aprendemos socialmente, con ayuda de los demás. También podemos definirla como la región entre lo que el sujeto es capaz de aprender por sí solo (capacidades reales) y lo que puede hacer con la ayuda de los demás (capacidades potenciales).

Herramientas psicológicas. La interacción social se produce mediante el uso de signos, símbolos, gráficos, diagramas, obras de arte, mapas, etc. A estos se les denomina herramientas psicológicas. Es decir, son el medio que nos permite pasar de las funciones mentales inferiores a las superiores, internalizar las

habilidades psicológicas del plano social hacia el individual, es decir desarrollar nuestra ZDP.

Considera al lenguaje como una de las herramientas psicológicas más importantes, pues nos va a permitir tener conciencia de nosotros, controlar nuestra conducta y ejercitar la crítica sobre algunas situaciones socioculturales.

La mediación. Este concepto está presente en todo momento del desarrollo del sujeto. El desarrollo de las funciones mentales inferiores hacia las superiores se da mediante la interacción social con los demás, de igual modo la interiorización de las habilidades interpsicológicas en intrapsicológicas ocurre debido a la interacción con los demás. La interacción social a su vez se da mediante las herramientas psicológicas; en general nuestras acciones, pensamientos, experiencias, conocimientos, etc. están culturalmente mediados. Nuestros comportamientos, nuestra búsqueda de conocimiento, nuestras herramientas psicológicas, el desarrollo en general está mediado por la cultura.

Aprendizaje

Definición de Aprendizaje

-Es un cambio duradero en los mecanismos de conducta como resultado de una experiencia capaz de influir de forma relativamente permanente en la conducta del organismo. (Doman ,2003).

-El aprendizaje es un proceso de construcción, de representaciones personales significativas y con sentido de un objeto o situación de la

realidad. Es un proceso interno que se desarrolla cuando el alumno está en interacción con su medio socio - cultural. (Reigiluth, 1987)

Los aprendizajes deben ser funcionales, en el sentido de que los contenidos nuevos, asimilados, están disponibles para ser utilizados en diferentes situaciones. (Gané, 1987)

Como investigador (S. Loayza. 2007) consideraría que los aprendizajes no son solo procesos intrapersonales, sino también interpersonales. Por ello, los alumnos deben aprender tareas de aprendizaje colectivamente organizadas. Además, deben ser capaces de descubrir sus potencialidades y limitaciones en el aprendizaje. Para ello es necesario que identifiquen lo que aprendan y comprendan como lo que aprenden, es decir, que ejerciten su metacognición. Esto los permitirá enfrentar con mayor éxito los retos que se presenten. Además, diremos que el aprendizaje refleja la forma que el estudiante responde al medio ambiente, a los estímulos sociales, emocionales y físicos, para entender la nueva información e incorporarla a las estructuras cognitivas construyendo nuevos vínculos.

Concibo el aprendizaje como el proceso mediante el cual los saberes externos se encadenan o eslabonan a los saberes que ya tiene el sujeto, formando una nueva red de conocimientos.

El aprendizaje no es sino la reestructuración interna de los saberes que tiene una persona sobre un tema determinado, en la medida que se eslabonan los saberes previos y los nuevos.

Supongamos que un mediador (mamá, papá o maestro) selecciona varios saberes sobre la lluvia (que han sido social e históricamente acumulados) y los llevan al alumno. Existe un verdadero aprendizaje cuando los nuevos conocimientos se encadenan o eslabonan a la estructura de conocimientos sobre la lluvia que individualmente han sido acumulados por el sujeto que aprende.

Sin embargo, el encadenamiento entre los nuevos saberes y los saberes que ya se tienen solamente es posible porque dentro del sujeto se dio un verdadero proceso de asimilación y acomodación. En la "asimilación", el sujeto actúa sobre los nuevos objetos para incorporarlos dentro de su estructura de conocimientos. En la "acomodación", el sujeto se adecua al nuevo conocimiento, es decir, sus estructuras de conocimientos anteriores quedan modificadas.

El aprendizaje es un proceso social, Una característica bastante distinguible de la teoría socio cultural es la precisión Vigotskiana que el aprendizaje es un proceso social, que ocurre en el individuo, como una forma de integrarse a su medio e historia. No es, lo mismo decir que el aprendizaje es un proceso psicológico contextualizado por lo social. De aquí se desprende que en la interacción social a la que se denomina interpsicológica surgen funciones mentales: representaciones simbólicas, memoria pensamiento, lenguaje, percepción.

DCN: El aprendizaje es entendido como un proceso de construcción de conocimiento. Estos son elaborados por los propios niños y niñas

en interacción con la realidad social y natural, solos o con el apoyo de algunas mediaciones (personas o materiales educativos por ejemplo), haciendo uso de sus conocimientos previos. El niño aprende cuando es capaz de elaborar una representación personal sobre un objeto de la realidad o cuando elabora una respuesta a una situación determinada. Ed. 2000, pág. 21(3)

El aprendizaje constructivista ha sido definido como un producto natural de las experiencias encontradas en los contextos o ambientes de aprendizaje en los cuales el conocimiento que ha de ser aprendido es clasificado y ordenado de una manera natural. El aprendizaje constructivo se produce en las aulas a partir de tres supuestos: la experiencia física, a partir de la cual construye los conceptos inductivamente; la experiencia afectiva, que ante la realidad previa impulsa el aprendizaje; los conceptos, que condicionan un planteamiento deductivo del aprendizaje. Desde este supuesto, metodológicamente se partirá de conceptos familiares al alumno y se tenderá a dar un enfoque globalizador del proceso y, finalmente, del aprendizaje compartido, mediante el empleo de la discusión y el contraste en el grupo-clase.

Novack, 1988) que guían sus aprendizajes. Esta guía será capaz de explicar el hecho de que un estudiante atribuya significado a los conocimientos que recibe en las aulas, es decir que reconozca las similitudes o analogías, que diferencie y clasifique los conceptos y

que “cree” nuevas unidades instructivas, combinación de otras ya conocidas. (4)

Driver (1986) afirma que el aprendizaje constructivista subraya “el papel esencialmente activo de quien aprende”. Este papel activo está basado en las siguientes características de la visión constructivista:

- a) La importancia de los conocimientos previos, de las creencias y de las motivaciones de los alumnos.
- b) El establecimiento de relaciones entre los conocimientos para la construcción de mapas conceptuales y la ordenación semántica de los contenidos de memoria (construcción de redes de significado).
- c) La capacidad de construir significados a base de reestructurar los conocimientos que se adquieren de acuerdo con las concepciones básicas previas del sujeto.
- d) Los alumnos auto-aprenden dirigiendo sus capacidades a ciertos contenidos y construyendo ellos mismos el significado de esos contenidos que han de procesar. ¿Qué sucederá en las escuelas cuando se apliquen las teorías sobre el aprendizaje constructivista? ésta es una tarea de difícil adivinación. Aún así, creemos que lo primero será el abandono del esquema fijista de explicación-examen que prima lo mecánico y repetitivo del aprendizaje. Lo segundo, la mejora de las condiciones escolares con la creación del ambiente propicio para el desarrollo de esquemas de conocimiento y de memorización por el alumno. Lo tercero, la aproximación del proceso

de aprendizaje a los ritmos del desarrollo de cada alumno para desembocar en lo que aparece como una nueva dimensión del constructivismo, el aprendizaje autorregulado, es decir un aprendizaje individualizado y con fuerte proyección al contexto. Y, finalmente, un cambio radical en la mentalidad del maestro, concebido como creador de las condiciones propicias para que el alumno sea capaz de construir unos esquemas de conocimiento.

Evaluación del aprendizaje

La evaluación puede conceptualizarse como un proceso dinámico, continuo y sistemático, enfocado hacia los cambios de las conductas y rendimientos, mediante el cual verificamos los logros adquiridos en función de los objetivos propuestos. Y es éste para el docente el perfeccionamiento de su razón de ser.

La evaluación es la medición del proceso de enseñanza/aprendizaje que contribuye a su mejora. Desde este punto de vista, la evaluación nunca termina, ya que debemos de estar analizando cada actividad que se realiza.

Se puede mencionar también que la evaluación es un proceso que busca indagar el aprendizaje significativo que se adquiere ante la exposición de un conjunto de objetivos previamente planeados, para los cuales institucionalmente es importante observar que los conocimientos demuestren que el proceso de enseñanza y aprendizaje tuvo lugar en el individuo que ha sido expuesto a esos objetivos. En este sentido estoy hablando de la evaluación

académica, en donde lo que importa es verificar y/u observar a través de diversos instrumentos cualitativos o cuantitativos, que el alumno ha adquirido nuevas habilidades, destrezas, capacidades, métodos y técnicas, así como también la "calidad educativa" de su instrucción, que le permitan tener un buen desempeño para el bien de su comunidad, beneficio personal, rendimiento laboral y disciplina.

Existen diferentes tipos de clasificación que se pueden aplicar a la evaluación, pero atendiendo a los diferentes momentos en que se presentan podemos mencionar:

- **Evaluación inicial:** que tiene como objetivo indagar en un alumno el tipo de formación que posee para ingresar a un nivel educativo superior al cual se encuentra. Para realizar dicha evaluación el maestro debe conocer a detalle al alumno, para adecuar la actividad, elaborar el diseño pedagógico e incluso estimar el nivel de dificultad que se propondrá en ella.
- **Evaluación formativa:** es la que tiene como propósito verificar que el proceso de enseñanza-aprendizaje tuvo lugar, antes de que se presente la evaluación sumativa. Tiene un aspecto connotativo de pro alimentación activa. Al trabajar dicha evaluación el maestro tiene la posibilidad de rectificar el proyecto implementado en el aula durante su puesta en práctica.
- **Evaluación sumativa:** es la que se aplica al concluir un cierto periodo de tiempo o al terminar algún tipo de unidad temática. Tiene

la característica de ser medible, dado que se le asigna a cada alumno que ostenta este tipo de evaluación un número en una determinada escala, el cual supuestamente refleja el aprendizaje que se ha adquirido; sin embargo, en la mayoría de los centros y sistemas educativos este número asignado no deja de ser subjetivo, ya que no se demuestra si en realidad el conocimiento aprendido puede vincularse con el ámbito social. Esta evaluación permite valorar no solo al alumno, sino también el proyecto educativo que se ha llevado a efecto.

A. Indicadores de logro

Indicadores de logro son la clave de la evaluación cualitativa y criterial. A través de ellos se puede observar y verificar los aprendizajes logrados por los estudiantes.

B. Niveles de logro

El nivel de logro es el grado desarrollo de las capacidades, conocimientos y actitudes. Se representa mediante calificativos literales que dan cuenta de modo descriptivo, de lo que sabe hacer y evidencia el estudiante.

C. Escalas de calificación de los aprendizajes

ESCALA DE CALIFICACIÓN	EDUCACIÓN INICIAL	EDUCACIÓN PRIMARIA
LITERAL	DESCRIPTIVA	DESCRIPTIVA
AD logro destacado (18-20)		Cuando el estudiante evidencia el logro de los aprendizajes previstos, demostrando

		incluso un manejo solvente y satisfactorio en todas las tareas propuestas
A logro previsto (13-17)	Cuando el estudiante evidencia el logro del aprendizaje previsto en el tiempo	
B en proceso (11-12)	Cuando el estudiante está en camino de lograr los aprendizajes previstos, para lo cual requiere acompañamiento durante un tiempo razonable logrado.	
C en inicio (0-10)	Cuando el estudiante está empezando a desarrollar los aprendizajes previstos o evidencia dificultades para el desarrollo de estos, necesitando mayor tiempo re acompañamiento e intervención del docente de acuerdo con su ritmo y estilo de aprendizaje	

Logros de Aprendizaje

El concepto de logros de aprendizaje en nuestros tiempos es una evolución propia de nuestra literatura, además de los avances en su comprensión literal pero que si nos adentramos al sentido y fondo del término tienen sus variantes con respecto a lo que se entiende por logros de aprendizaje, empero, la mayoría de los autores, continúan tratando bajo el término de rendimiento académico. Las diferencias, pero básicamente con un análisis amplio se puede mencionar lo mismo. Lo dice claramente Navarro (2003): “Pero, generalmente las diferencias de concepto sólo se explican por cuestiones semánticas, ya que generalmente, en los textos, la vida escolar y la experiencia docente, son utilizados como sinónimos”. En la actualidad, es evidente que ambos conceptos están muy relacionados; pero, a veces, al rendimiento académico

se le da una conceptualización puramente numérica. Esta idea si se analiza es cierto, mientras que los logros de aprendizaje es el desempeño que presenta en el proceso y como producto, los enfoques en la actualidad hablan de logro de aprendizajes, capacidades, competencias, etc.

Para Pizarro y Clark (1998, p. 18) “El rendimiento académico es una medida de la capacidad de respuesta del individuo, que expresa, en forma estimativa, lo que una persona ha aprendido como resultado de un proceso de instrucción o formación. Es la capacidad de respuesta que tiene un individuo a estímulos objetivos y propósitos educativos previamente establecidos”. Esta capacidad de respuesta está en razón de las competencias desarrolladas y es el modelo de currículo que en la actualidad se viene aplicando en la mayoría de las universidades, con mayor énfasis en las facultades de educación; es decir, los logros de aprendizaje son estas competencias obtenidas y que le permiten al individuo responder asertivamente ante una situación problemática cualquiera que sea. Estas competencias no sólo se refieren al aspecto cognoscitivo, sino que involucran al conjunto de hábitos, destrezas, habilidades, actitudes, aspiraciones, ideales, intereses, inquietudes, realizaciones, etc., que el alumno debe adquirir. Es decir, los logros de aprendizaje no son referidos a la cantidad y calidad de conocimientos construidos, sino a todas las actividades que desarrolla en su vida cotidiana. Básicamente el proceso de logro

de los aprendizajes es un aspecto personalísimo, la acción y el resultado es reflejo de la propia acción, elementos y aspectos que influyen son combinados para lograr lo que se propone o lo que se exige en un determinado momento y espacio.

Jiménez citado por Navarro (2003) dice en referencia a los logros de aprendizaje: “Es un nivel de conocimientos demostrado en un área o materia comparado con la norma de edad y nivel académico”. Este concepto se orienta a un carácter cuantitativo, es indudable que su esencia es analizada como producto mas no como el proceso que requiere para ser comprendido en su verdadera dimensión. Nuestra investigación por el aspecto normativo y enfoque que aún se mantiene vigente acoge este concepto puesto que se relaciona a las calificaciones y promedios ponderados que obtienen los estudiantes en base a situaciones cuantificables, medibles, como se diría, en otros términos. El mismo que es pertinente para nuestra investigación que intenta obtener resultados medibles aún en una variable bastante compleja. Aunque en un orden lógico de ideas con las propuestas actuales deben de orientarse y obtener resultados de tipo cualitativo, que es una intención real, pero aún no es posible generalizarla.

Para, Touron (1984) “En términos educativos, el rendimiento es un resultado del aprendizaje, suscitado por la actividad educativa del profesor, y producido en el alumno, aunque es claro que no todo aprendizaje es producto de la acción docente”.

Recordar que se mantiene la mirada hacia el producto y el medible, en la enseñanza universitaria esto es lo que viene aplicando y evidenciando, los estudiantes porque leen, sino es para un resolver un prueba escrita, es menester aclarar que la evaluación no es un examen para saber lo que aprendió o lo logrado como aprendizaje, el aprendizaje lo demuestra el estudiante, el referente con su explicación valora la actividad de los actores, docente y estudiante, pero se olvida que la producción es en el estudiante.

En tanto Chadwick (1979) define el rendimiento académico como “la expresión de capacidades y de características psicológicas del estudiante desarrolladas y actualizadas a través del proceso de enseñanza-aprendizaje que posibilita obtener un nivel de funcionamiento y logros académicos a lo largo de un periodo o semestre, que se sintetiza en un calificativo final (cuantitativo o cualitativo) del evaluador del nivel alcanzado”.

Considerando todos estos aportes podemos decir que el rendimiento académico es un indicador del nivel de aprendizaje alcanzado por el alumno, por ello, el sistema educativo brinda tanta importancia a dicho indicador.

La educación escolarizada es un hecho intencionado y, en términos de calidad de la educación, todo proceso educativo busca permanentemente mejorar el aprovechamiento del alumno en término de resultados. De ahí que la variable dependiente clásica en

la educación ha sido el rendimiento académico o el aprovechamiento escolar (Kerlinger: 1988). El rendimiento en sí y el rendimiento académico, también denominado rendimiento escolar, son definidos por la Enciclopedia de Pedagogía (1997: 352) de la siguiente manera: “Del latín *Readere* (restituir, pagar) el rendimiento es una relación entre lo obtenido y el esfuerzo empleado para obtenerlo. Es un nivel de éxito en la escuela, trabajo, etc.”. Al hablar de rendimiento en la escuela, nos referimos al aspecto dinámico de la institución escolar. El problema del rendimiento escolar se resolverá de forma científica cuando se encuentra la relación existente entre el trabajo realizado por el maestro y los alumnos de un lado, y la educación (es decir, la perfección intelectual y moral lograda por estos) de otro, al estudiar científicamente el rendimiento, es básica la consideración de los factores que intervienen en él. Por lo menos en lo que a la instrucción se refiere, existe una teoría que considera que el rendimiento escolar se debe predominantemente a la inteligencia; sin embargo, lo cierto es que ni siquiera en el aspecto intelectual del rendimiento, la inteligencia es el único factor “x”, al analizarse el rendimiento escolar, deben valorarse los factores en familia, ambientales, sociedad y el ambiente escolar.

2.3. Definición de términos

Problema. Situación significativa de contenido matemático que implica una dificultad cuya solución requiere de un proceso de reflexión.

Aritmética Es la rama de la matemática de ciertas operaciones de los números y sus propiedades elementales

Logro de aprendizaje. El logro del aprendizaje representa el resultado que debe alcanzar el estudiante.

Problemas aritméticos Son aquellos que en su enunciado, presentan datos en forma de cantidades y establecen entre ellos relaciones de tipo cuantitativo.

Resolución de problemas Es la actividad más complicada e importante que se plantea en matemática.

Capacidad, Son facultades humanas que se revelan en cómo se realiza una actividad dada, conjunto de habilidades.

Algoritmo, Es un conjunto prescrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas que permiten llevar a cabo una actividad mediante pasos sucesivos que no generen dudas a quien deba hacer dicha actividad

CAPÍTULO III

METODOLOGIA DE LA INVESTIGACION

3.1. Tipo de investigación

Investigación aplicada de nivel cuasiexperimental.

3.2. Método de investigación

- Método general.

Como método general se utiliza el método científico, la cual nos permitirá contrastar la hipótesis planteada.

- Método Específico:

- a)** Método Inductivo – Deductivo.
- b)** Método Analítico – Sintético.
- c)** Método experimental reflexivo vivencial

Para la orientación general empleamos el método científico y como métodos lógicos como el analítico - sintético, inductivo –

deductivo, en el proceso de la elaboración de proceso teórico, del mismo modo el experimental reflexivo vivencial, en el proceso de la aplicación.

3.3. Diseño de la investigación

El diseño que emplearemos corresponde al diseño cuasi experimental, con un grupo experimental. Evaluaremos al grupo, para luego ejecutar el tratamiento para concluir con la evaluación de salida.

El diseño es cuasi experimental, Pre test – Post Test, con un solo grupo.

DISEÑO

O₁ X O₂

Donde:

- O₁ Es aplicar la prueba de entrada.
- X Experiencia: aplicación de los problemas aritmético de segundo nivel
- O₂ Aplicación de la prueba de salida.

3.4. Población y muestra

3.4.1. Población

La población estará representada por los niños del segundo grado de la Institución Educativa N° que se encuentra distribuida de la siguiente manera:

3 ° grado "A" 24 niños

3° grado "B"	23 niños
3 ° grado "C"	24 niños
3° grado "D"	22 niños
3 ° grado "E"	25 niños

Resultando un total de 118 estudiantes

3.4.2. Muestra

La muestra de la investigación es de tipo no probabilístico y se determina con la técnica intencionada, seleccionando a 25 niños que se encuentran en el tercer grado "E", por decisión de los investigadores y apoyo incondicional del docente de aula.

3.5. Técnicas e instrumentos de estudio

3.5.1. Técnicas

Fichaje

Desarrollo de Clases

Evaluación educativa

Análisis de documentos

3.5.2. Instrumentos

- Las fichas; utilizaremos para construir los resúmenes y anotaciones de los diferentes contenidos relacionados al tema de investigación.
- Modelo de módulo de aprendizaje; para experimentar el logro de aprendizaje a través de la aplicación de los problemas aritméticos de segundo nivel.

- Prueba de Pre Test, Post Test; para evaluar antes y después de aplicar la estrategia, para así comparar resultados.
- Hojas de trabajo.

3.6. Técnicas e instrumentos de procesamiento de datos

3.6.1. Procesamiento manual

La recolección de datos y la calificación del pre test y post test se realizará manualmente, se elaborará cuadros de doble entrada los resultados del pre test y post test para emitir juicios.

3.6.2. Procesamiento electrónico

Se realizó el trabajo electrónico aplicando el programa EXCEL y el paquete estadístico SPSS que permitió dar el tratamiento estadístico y elaborar las representaciones gráficas.

3.6.3. Técnicas estadísticas

Se aplicaron técnicas de la estadística descriptiva como la distribución de frecuencias, medidas de tendencia central y las representaciones gráficas tanto como categóricas y numéricas.

3.7. Sistema de hipótesis

HIPÓTESIS ALTERNA

Ho. La resolución de problemas aritméticos de segundo nivel mejora el logro de aprendizaje de la Matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 Proaño”.

Específicos.

a) El nivel de logro de los aprendizajes en el área de Matemática presentan los niños del tercer grado de la Institución Educativa 35001 “Cipriano Proaño”, antes de la experiencia es en proceso y en inicio.

b) La resolución de problemas aritméticos de segundo nivel mejora el logro de los aprendizajes del área de matemática de los niños del tercer grado.

c) El nivel de logro de los aprendizajes en el área de Matemática que presentan los niños del tercer grado de la Institución Educativa 35001 “Cipriano Proaño”, después de la experiencia es en proceso, logro previsto y logro destacado. .

d) La diferencia que existe entre los resultados del antes y después de la aplicación de la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel para mejorar el logro de aprendizajes del área de matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño” es significativa.

3.7.3. Variable de estudio

Variable independiente

Problemas aritméticos segundo nivel

Variable dependiente

Logro de aprendizaje

Operacionalización de las variables

VARIABLE	DEFINICIÓN CONCEPTUAL	DEFINICIÓN OPERACIONAL	INDICADORES
VI PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE SEGUNDO NIVEL	Son aquellos que para resolver es necesario realizar varias operaciones en un cierto orden. Que aportados en los enunciados con cantidades y las relaciones de tipo cuantitativo.	Aplicación del proceso de resolución de problemas planteado por Polya	<ul style="list-style-type: none"> - Comprender el problema. - Concebir un plan. - Ejecución del plan. - Visión retrospectiva
VD LOGRO DE APRENDIZAJE	Proceso de construcción de conocimiento que se da por la interacción entre el docente y alumnos para desarrollar capacidades y actitudes	Nivel de logro de conocimientos en relación a los aprendizajes esperados y aprendizajes logrados	<ul style="list-style-type: none"> Logro destacado Logro previsto Logro en proceso Logro en inicio

3.8. Selección y validación de instrumentos de investigación

El instrumento fue elaborado teniendo en cuenta la operacionalización de variables y luego sometido a una prueba piloto, para luego proceder a la aplicación.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Presentación e investigación de datos.

4.1. Resultados

En el presente capítulo se describe los procedimientos seguidos en la aplicación de los instrumentos y los resultados obtenidos permiten establecer una relación entre el planteamiento del problema, los objetivos y la hipótesis, la aplicación de los instrumentos y la experiencia se realizó en la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño” del distrito de Chaupimarca, provincia y región de Pasco en las aulas del tercer grado “E”.

4.2. Interpretación de resultados

4.2.1. Resultados de pre prueba.

Cuadro N° 1

Resultados del pre test aplicados a los niños del 3er grado “E” de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño” del distrito de Chaupimarca, provincia y región de Pasco.

N° Ord	Nombres y Apellidos	Código	Notas
1	Xxxxx	1	12
2	Xxxxx	2	11
3	Xxxxx	3	12
4	Xxxxx	4	11
5	Xxxxx	5	13
6	Xxxxx	6	10
7	Xxxxx	7	11
8	Xxxxx	8	12
9	Xxxxx	9	10
10	Xxxxx	10	11
11	Xxxxx	11	12
12	Xxxxx	12	9
13	Xxxxx	13	7
14	Xxxxx	14	10
15	Xxxxx	15	8
16	Xxxxx	16	8
17	Xxxxx	17	12
18	Xxxxx	18	13
19	Xxxxx	19	9
20	Xxxxx	20	11
21	Xxxxx	21	12
22	Xxxxx	22	10
23	Xxxxx	23	11
24	Xxxxx	24	12
25	Xxxxx	25	11

Fuente: Prueba aplicada

Cuadro N°02

Estadígrafos de los resultados del pre test aplicado a los niños del 3er grado “E” de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño” del distrito de Chaupimarca, provincia y región de Pasco.

N Validos	25
Perdidos	0
Media	10.64
Mediana	11.00
Moda	12.00
Desviación est	1.57
Varianza	2.46
Vmax	13
Vmin	7

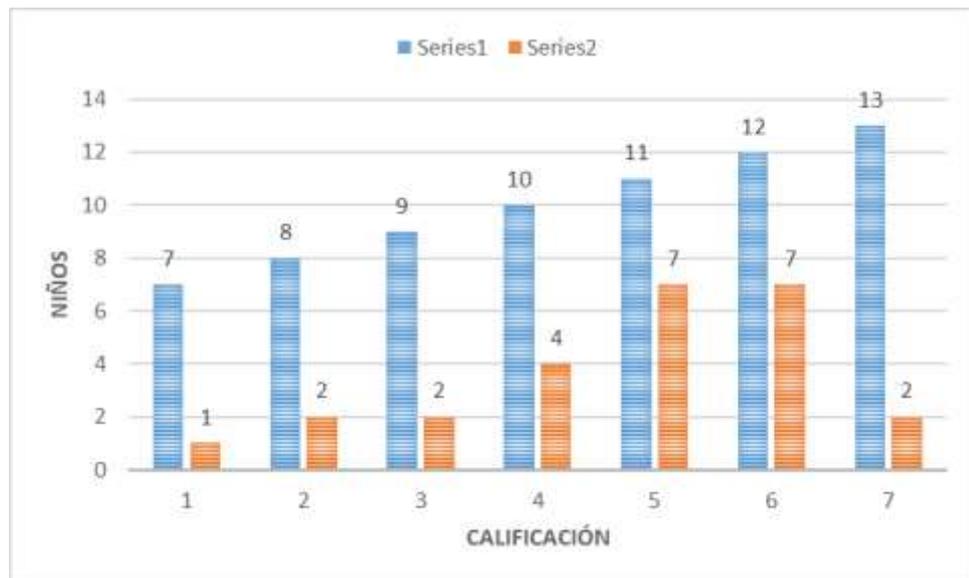
Cuadro N°03

Tabla de distribución de frecuencia de los resultados del pre test aplicado a los niños del 3er grado “E” de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño” del distrito de Chaupimarca, provincia y región de Pasco.

Notas	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje acumulado
7	1	4.00	4.00	4.00
8	2	8.00	8.00	12.00
9	2	8.00	8.00	20.00
10	4	16.00	16.00	36.00
11	7	28.00	28.00	64.00
12	7	28.00	28.00	92.00
13	2	8.00	8.00	100.00
Total	25	100.00	100.00	

Grafico N° 01

Resultados del pre test aplicado a los niños del 3er grado “E” de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño” del distrito de Chaupimarca, provincia y región de Pasco.



INTERPRETACIÓN:

En base a la información recogida y observando el cuadro y la figura anterior se desprende que 25 niños representan el 100% de los cuales un niño obtiene la nota de 7 que representa el 4%, 2 niños obtienen la nota de 8 que representa el 8%, 2 niños obtienen la nota de 9 que representa el 8%, 4 niños obtiene la nota de 10 que representa el 16%, 7 niñas obtienen la nota de 11 que representa el 28%, 7 niños obtienen la nota de 12 que representa el 28%, y 2 niños obtienen la nota de 13 que representa el 8%.

A partir de la información se aprecia que un porcentaje considerable de niños obtienen notas desaprobatorias que se encuentran entre 7 y 10, el otro grupo de niños se encuentran en el

nivel proceso puesto que no logran los aprendizajes propuestos porque sus calificaciones oscilan entre 11 y 13 concluimos que los niños se encuentran con un nivel no adecuado en el aprendizaje de la matemática.

DESARROLLO DE TRABAJO DE CAMPO.

Iniciamos nuestro trabajo de campo en el aula del 3er grado “E” de la Institución Educativa N° 35001 Proaño”, desarrollamos las experiencias, fue un día martes nos presentamos en el aula ante los alumnos y les informamos sobre las acciones que vamos a realizar utilizando materiales de nuestro entorno, indicándoles que todos deben asistir a clases de matemática.

PROGRAMACIÓN DE LAS CLASES:

Planificamos módulos de aprendizaje, usando las estrategias creativas aplicando materiales del entorno en la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel basados a las etapas de J. Polya, y desarrollamos las clases.

Cuadro N° 04

Resultados del pos test aplicado a los niños del 3er grado "E" de la Institución Educativa N° 35001 "Cipriano Proaño" del distrito de Chaupimarca, provincia y región de Pasco.

N° Ord.	Apellidos y Nombres	Código	Notas
1	Xxxxx	1	15
2	Xxxxx	2	16
3	Xxxxx	3	14
4	Xxxxx	4	13
5	Xxxxx	5	15
6	Xxxxx	6	14
7	Xxxxx	7	14
8	Xxxxx	8	16
9	Xxxxx	9	14
10	Xxxxx	10	14
11	Xxxxx	11	15
12	Xxxxx	12	15
13	Xxxxx	13	15
14	Xxxxx	14	15
15	Xxxxx	15	11
16	Xxxxx	16	12
17	Xxxxx	17	14
18	Xxxxx	18	13
19	Xxxxx	19	14
20	Xxxxx	20	16
21	Xxxxx	21	15
22	Xxxxx	22	15
23	Xxxxx	23	16
24	Xxxxx	24	15
25	Xxxxx	25	14

Fuente: Aplicación de la evaluación a los niños del 3er grado "E"

Cuadro N°05

Estadígrafos de los resultados del pre test aplicado a los niños del 3er grado “E” de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño” del distrito de Chaupimarca, provincia y región de Pasco.

N Validos	25
Perdidos	0
Media	14.31
Mediana	15.00
Moda	15.00
Desviación est	1.22
Varianza	1.50
Vmax	16
Vmin	11

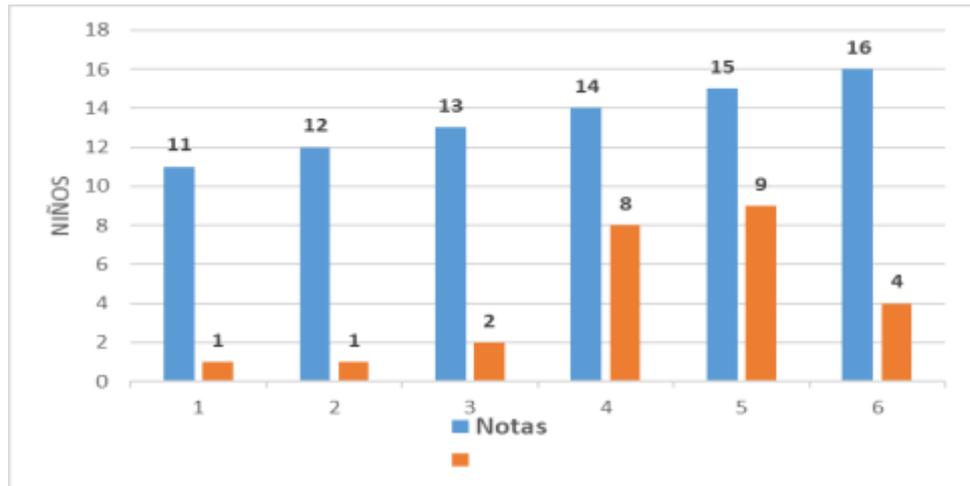
Cuadro N°06

Tabla de distribución de frecuencia de los resultados del pos test aplicado a los niños del 3er grado “E” de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño” del distrito de Chaupimarca, provincia y región de Pasco.

Notas	Frecuencia	Porcentaje	Porcentaje Válido	Porcentaje acumulado
11	1	4.00	4.00	4.00
12	1	4.00	4.00	8.00
13	2	8.00	8.00	16.00
14	8	32.00	32.00	48.00
15	9	36.00	36.00	84.00
16	4	16.00	16.00	100.00
Total	25	100.00	100.00	

Gráfico N°02

Tabla de distribución de frecuencia de los resultados del pos test aplicado a los niños del 3er grado “E” de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño” del distrito de Chaupimarca, provincia y región de Pasco.



INTERPRETACIÓN:

En base a la información recogida y observando el cuadro y la gráfica anterior se desprende que 25 niños que representan el 100%; 1 niño obtiene una nota de 11 que representa el 4%, 1 niño obtienen una nota de 12 que representa el 4%, 2 niños obtiene una nota de 13 que representa el 8%, 8 niños obtienen la nota de 14 que representa el 32%, 9 niños obtiene la nota de 15 que representa el 36% y 4 niños obtienen la nota de 16 que representa el 16%; que son los resultados de nuestro trabajo en las aulas.

Cuadro N°07

Resumen de resultados de la prueba de entrada y salida de los alumnos del 3er grado “E” de la I.E. N°35001 “Cipriano Proaño” del distrito de Chaupimarca, provincia y región de Pasco.

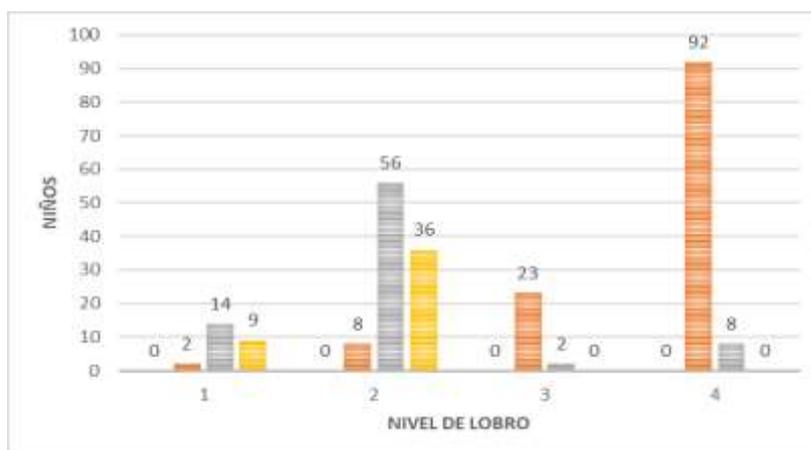
CRITERIOS DE EVALUACIÓN	PRUEBA DE ENTRADA.		PRUEBA DE SALIDA	
	Nº	%	Nº	%
AD LOGRO DESTACADO (18-20)	0	0%	0	0%
A LOGRADO (13-17)	02	08%	23	92%
B EN PROCESO (11-12)	14	56%	02	08%
C EN INICIO (10 AMENOS)	9	36%	00	00%
TOTAL	25	100%	25	100%

FUENTE: Prueba de entrada y prueba de salida del 3er grado

“E”

Gráfico N°03

Resumen de resultados de la prueba de entrada y salida de los alumnos del 3er grado “E” de la I.E. N°35001 “Cipriano Proaño” del distrito de Chaupimarca, provincia y región de Pasco



De lo que podemos manifestar a partir de la información y gráfica observado podemos apreciar que el total de los alumnos aprueban

puesto que las notas obtenidas oscilan entre 11 y 16 y se obtiene que ningún alumno se desaprueba, pero que aún hay niños en un porcentaje acumulado de 8% se encuentran en proceso y luego el resto de porcentaje equivalente a 92% se encuentran en el nivel de logro previsto, pero no contamos con niños que llegue a logro destacado.

Prueba de hipótesis

Ha. La resolución de problemas aritméticos de segundo nivel mejora el logro de aprendizaje de la Matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 Proaño”.

Ho. La resolución de problemas aritméticos de segundo nivel no mejora el logro de aprendizaje de la Matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 Proaño”.

	<i>Variable 1</i>	<i>Variable 2</i>
Media	14.4	10.72
Varianza	1.5	2.46
Observaciones	25	25
Coefficiente de correlación de Pearson	0.342714644	
Diferencia hipotética de las medias	0	
Grados de libertad	24	
Estadístico t	11.31727468	
P(T<=t) una cola	2.08038E-11	
Valor crítico de t (una cola)	1.71088208	
P(T<=t) dos colas	4.16076E-11	
Valor crítico de t (dos colas)	2.063898562	

Cuadro N° 08
Estadígrafos del pre test y el post test

EST	Media	Mediana	Moda	Desviación Estándar	Varianza
Pre	10.64	11	12	1.57	2.46
Post	14.31	15	15	1.22	1.50

Grados de libertad: $n - 1 = 25 - 1 = 24$ grados de libertad.

Nivel de confianza: $p - \alpha = 1 - 0,05 = 0,95$

$X_2 - X_1$ $t_{\text{práctico.}} = \pm 11,317$ y $t_{\text{teórico}} = 1,7109$

$$t = \frac{X_2 - X_1}{\frac{S_1 - S_2}{\sqrt{n}}}$$

$$\frac{S_1 - S_2}{\sqrt{n}}$$

$$\sqrt{n}$$

Tomando la decisión con respecto al análisis estadístico de los datos obtenidos se tiene que como $t_o = 11,317 > t_t = 1,7109$; por lo tanto, rechazamos la hipótesis nula (H_0) y aceptamos la hipótesis alterna (H_1) y concluimos afirmando que, “La resolución de problemas aritméticos de segundo nivel mejora el logro de aprendizaje de la Matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 Proaño”.

Discusión de resultados

Considerando los resultados y cálculos estadísticos del pre y post test a la muestra determinada, encontramos de manera notoria las diferencias en los resultados al no aplicar y al aplicar los problemas aritméticos de segundo nivel, aplicando los procesos planteados por Polya, comprende el problema, genera el plan, ejecuta el plan y la visión retrospectiva, influye significativamente en el aprendizaje de la matemática.

CONCLUSIONES

- De los resultados obtenidos podemos establecer que el nivel de influencia que produce la aplicación de los problemas aritméticos de segundo nivel en el logro de aprendizajes es positivo.
- Al diseñar la aplicación de los problemas aritméticos de segundo nivel y considerando los pasos de resolución de Polya permite desarrollar la competencia de resolución de problemas con números y relaciones además de considerar que el uso del material concreto es sumamente importante para los aprendizajes de matemática.
- La aplicación del enfoque de resolución de problemas con sus propuestas y las consideraciones permite la construcción del conocimiento con aspectos de participación activa.
- La diferencia entre los resultados como se muestra en cuadros estadísticos y las pruebas realizadas nos demuestra que la aplicación de los problemas aritméticos de segundo permite lograr mejores niveles de aprendizaje.

RECOMENDACIONES

Se recomienda:

- Organizar eventos relacionados al aprendizaje basado en la resolución de problemas.
- Organizar concursos y jornadas de presentación de nuevas estrategias para el aprendizaje de la matemática. Promover los juegos recreativos y sin reglas rígidas sino sean las de acuerdos de los niños.
- Asumir el reto de que la matemática no es un área difícil menos complicada sino de juego, razonamiento y creatividad para la vida futura.

BIBLIOGRAFÍA

ARONI BERROCAL, Hector y otros (2000) “*Didáctica de la Matemática*”

Editorial ISPP “TP” – Perú

COFRE A. y TAPIA A. (1997) “*Como desarrollar el razonamiento lógico y*

matemático” Editorial Universitaria. Santiago de Chile.

CONDEMARÍN, M. y CHADWICK, M. MILICIC, N. (1981) “*Madurez*

escolar. Editorial Andrés Bello Chile.

HERNÁNDEZ SAMPIERE, R. FERNÁNDEZ CALLADO, C. Y BAPTISTA

LUCIO P. (2003), “*Metodología de la Investigación*”, Editorial Mc.

GTAWLHALL – MÉXICO.

JARUFE A. Teodoro y Silvia NAVARRO A (1999) “*Bases metodológicas*

para la enseñanza de la matemática en el primer ciclo básico”. Editorial

Grao – España.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN, (2009) “*Diseño Curricular Nacional*”

Editorial – Lima Perú.

MINISTERIO DE EDUCACION (2009) – *Guía de Matemática – La*

aventura de encontrar soluciones. Documento de Trabajo Dirección de

Educación Primaria Lima. Perú

MINISTERIO DE EDUCACION (2009) *Guía de Matemática – Leemos*

números y los representamos –Lima. Perú.

MONEREO, C. y Otros (2000). Estrategias de enseñanza aprendizaje.
Edit. GRAO. España.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DEL PERÚ, (2012) *Módulo 1, Módulo 2 y Módulo 3 de Diplomatura de Especialización “Didáctica de la matemática en Educación Primaria”*. Lima, Perú.

SUAREZ ALVAREZ, (2001) *“El Manual pedagógico del docente”* Edición –
Lima Perú.

TAFUR P, Raúl.(1995). “La tesis universitaria” Edit. San Marcos. Lima
Perú.

VELÁSQUEZ FERNÁNDEZ, Ángel y NERIDA REY Cordova (1999),
“Metodología de la investigación científica” Editorial San Marcos .Perú.

ANEXO

MATRIZ DE CONSISTENACIA
LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE SEGUNDO NIVEL Y EL LOGRO DE APRENDIZAJES DE LA MATEMÁTICA DE
LOS NIÑOS DEL TERCER GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA N° 35001 “CIPRIANO PROAÑO” – PASCO - 2018

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS
<p>GENERAL ¿Cómo la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel mejora el logro de aprendizaje de la Matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 Proaño”?</p> <p>Específicos.</p> <p>a) ¿Qué nivel de logro de los aprendizajes en el área de Matemática presentan los niños del tercer grado de la Institución Educativa 35001 “Cipriano Proaño”, antes de la experiencia?</p> <p>b) ¿Cómo planificar y desarrollar la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel para mejorar el logro de los aprendizajes del área de matemática de los niños del tercer grado?</p> <p>c) ¿Qué nivel de logro de los aprendizajes en el área de Matemática presentan los niños del tercer grado de la Institución Educativa 35001 “Cipriano Proaño”, después de la experiencia?</p> <p>d) ¿Qué diferencia encontramos entre los resultados del antes y después de la aplicación de la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel para mejorar el logro de aprendizajes del área de matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño”?</p>	<p>GENERAL Determinar que la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel mejora el logro de aprendizaje de la Matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 Proaño”.</p> <p>Específicos.</p> <p>a) Establecer el nivel de logro de los aprendizajes en el área de Matemática presentan los niños del tercer grado de la Institución Educativa 35001 “Cipriano Proaño”, antes de la experiencia.</p> <p>b) Planificar y desarrollar la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel para mejorar el logro de los aprendizajes del área de matemática de los niños del tercer grado.</p> <p>c) Establecer el nivel de logro de los aprendizajes en el área de Matemática presentan los niños del tercer grado de la Institución Educativa 35001 “Cipriano Proaño”, después de la experiencia.</p> <p>d) Determinar la diferencia entre los resultados del antes y después de la aplicación de la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel para mejorar el logro de aprendizajes del área de matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño”.</p>	<p>ALTERNA La resolución de problemas aritméticos de segundo nivel mejora el logro de aprendizaje de la Matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 Proaño”.</p> <p>Específicos.</p> <p>a) El nivel de logro de los aprendizajes en el área de Matemática presentan los niños del tercer grado de la Institución Educativa 35001 “Cipriano Proaño”, antes de la experiencia es en proceso y en inicio.</p> <p>b) La resolución de problemas aritméticos de segundo nivel mejora el logro de los aprendizajes del área de matemática de los niños del tercer grado.</p> <p>c) El nivel de logro de los aprendizajes en el área de Matemática que presentan los niños del tercer grado de la Institución Educativa 35001 “Cipriano Proaño”, después de la experiencia es en proceso, logro previsto y logro destacado. .</p> <p>d) La diferencia que existe entre los resultados del antes y después de la aplicación de la resolución de problemas aritméticos de segundo nivel para mejorar el logro de aprendizajes del área de matemática de los niños del tercer grado de la Institución Educativa N° 35001 “Cipriano Proaño” es significativa.</p>