#### UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRION

#### FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

## ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE EDUCACIÓN A

DISTANCIA



#### TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

La derivada de funciones compuestas con el Software GeoGebra

Para optar el Grado Académico de Bachiller en:

Ciencias de la Educación

Autor:

Zenón Iván QUIÑONES PAULINO

Asesor:

Dr. Tito Armando RIVERA ESPINOZA

# UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

## ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE EDUCACIÓN A

**DISTANCIA** 



#### TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

La derivada de funciones compuestas con el Software GeoGebra

Sustentada y aprobada ante los miembros de jurado:

Dr. Armando Isaías CARHUACHIN MARCELO
PRESIDENTE

Dr. Clodoaldo RAMOS PANDO
MIEMBRO

Mg. Victor Luis ALBORNOZ DÁVILA

MIEMBRO



## Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión Facultad de Ciencias de la Educación Unidad de Investigación



#### INFORME DE ORIGINALIDAD Nº 115-2023

La Unidad de Investigación de la Facultad de Ciencias de la Educación de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión ha realizado el análisis con exclusiones en el Software Turnitin Similarity, que a continuación se detalla:

Presentado por:

#### QUIÑONES PAULINO, Zenón Iván

Escuela de Formación Profesional

Educación a Distancia

Tipo de trabajo: Trabajo de investigación

Título del trabajo

#### La derivada de funciones compuestas con el Software GeoGebra

#### Asesor:

RIVERA ESPINOZA, Tito Armando

Índice de Similitud: 24%

Calificativo

#### APROBADO

Se adjunta al presente el informe y el reporte de evaluación del software Turnitin similarity.

Cerro de Pasco, 10 de noviembre del 2023

Dr. Jacinto Alejandro Alejos Lopez Director (e) Unidad de Investigación Facultad de Ciencias de la

Educación

#### **DEDICATORIA**

A mis colegas del Programa de

Complementación Pedagógica de la

Especialidad de Matemáticay Física de la

Universidad Nacional Daniel Alcides

Carrión, Pasco; con sede en Huancayo.

#### **AGRADECIMIENTO**

A los docentes y estudiantes de la Escuela de Formación Profesional de Educación a Distancia, Programa de Complementación Pedagógica de la Especialidad de Matemática y Física de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión, por motivar y permitir ser parte del trabajo de investigación y llegar a concluir mis estudios y optar el Grado Académico de Bachiller en Ciencias de la Educación Especialidad Matemática y Física.

A mis familiares por contribuir permanentemente en el soporte económico y social del proceso académico.

A los docentes de la especialidad de matemática y física de los diferentes periodos académicos del Programa de Complementación Pedagógica por facilitar su bibliografía y absolver las inquietudes de la derivada de funciones compuestas, al responsable del centro de cómputo por orientar en el manejo del Software GeoGebra, para elaborar el trabajo de investigación en el momento oportuno y pertinente causándose parte activa en este proceso.

Zenón Iván.

#### RESUMEN

El tipo de investigación desarrollado en el presente trabajo de investigación es básico con su nivel descriptivo explicativo y diseño preexperimental; en el desarrollo de la investigación se empleó el método científico, documental y bibliográfico y con una población de estudio por 63 estudiantes con una muestra no probabilística conformado por 15 estudiantes que representa 23% del Programa de Complementación Pedagógica, periodo académico 2017 de las especialidades: Matemática y Física; Computación e Informática y Biología y Química con sede en la Ciudad de Huancayo.

Con el propósito de cumplir con el objetivo general planificado en el trabajo de investigación; se realizó la interpretación de funciones como: Dados dos conjuntos no vacíos A y B y una relación  $f \subset A$  x B entonces se planifica la derivada de una función matemática hallando íntimamente la noción límite. Luego la aplicación de fórmulas (regla de lacadena) en forma manual de la derivada de las funciones compuestas en dos pasos, posterior a ello la comprobación de estos resultados con el software GeoGebra en la vista gráfica empleando las herramientas de construcción, paralelo a ello en la vista grafica las funciones dadas; donde cada icono de la barra, representa una caja de herramientas que contiene una selección de útiles similares, que se despliegan con un clic sobre la flechita del vértice inferior derecho del recuadro del fcono.

Se concluye que el Software GeoGebra es un programa que mezcla la geometría con el álgebra dándose el interfaz de uso, para el cálculo de la derivada de una función compuesta.

Palabras clave: Comandos del Software GeoGebra; Cálculo de la derivada de funciones compuestas.

#### **ABSTRACT**

The type of research developed in this research work is basic with its descriptive explanatory level and pre-experimental design; In the development of the research, the scientific, documentary and bibliographic method was used and with a study population of 63 students with a non-probabilistic sample made up of 15 students that represents 23% of the Pedagogical Complementation Program, academic period 2017 of the specialties: Mathematics and Physics; Computing and Informatics and Biology and Chemistry based in the City of Huancayo.

With the purpose of meeting the general objective planned in the research work; The interpretation of functions was carried out as: Given two non-empty sets A and B and a relation  $f \subset A \times B$ , then the derivative of a mathematical function is planned by intimately finding the limit notion. Then the application of formulas (chain rule) manually of the derivative of the composite functions in two steps, after which the verification of these results with the GeoGebra software in the graphic view using the construction tools, parallel to this in the graphical view the given functions; where each icon in the bar represents a toolbox that contains a selection of similar tools, which are displayed with a click on the arrow at the bottom right corner of the icon box.

It is concluded that the GeoGebra Software is a program that mixes geometry with algebra, providing the user interface for calculating the derivative of a composite function.

Keywords: GeoGebra Software Commands; Calculation of the derivative of composite functions.

#### INTRODUCCIÓN

El trabajo de investigación que presento a vuestra consideración señores miembros del jurado, intitulado "La derivada de funciones compuestas con el Software GeoGebra", tiene como objetivo general: Determinar la secuencia del cálculo de la derivada de una función compuesta con el Software GeoGebra. Constantemente encontramos sobre la solución de la derivada de una función compuesta apreciaciones positivas como negativas específicamente en el manejo de fórmulas (Regla de cadena), su adecuación en el proceso y llegar a las conclusiones; por otra parte el Software GeoGebra como un programa dinámico facilita llegar a las respuestas concluyentes en tal sentido es necesario plantear la secuencia del cálculo por los dos medios: (1) hoja de cálculo y (2) ventanas; dando facilidades al lector con una estrategia de aprendizaje.

**CAPÍTULO I: Planteamiento del problema;** Delimitación, identificación, planteamiento y formulación del problema, como también la justificación.

**CAPÍTULO II: Marco teórico conceptual y científico;** Incluye los conceptos teóricos y científicos del tema planteado con la revisión bibliográfica física y virtual orientado por los mentores.

**CAPÍTULO III:** Metodología; Este acápite comprende la metodología en si del inicio, proceso y salida del trabajo de investigación; además incluye la técnica de recolección de información.

CAPÍTULO IV: Resultados y discusión; Que comprende la presentación delos objetivos planteados y desarrollados con sus procedimientos entendida como presentación y análisis de resultados; arribando a la discusión del tema planteado con su problemática y los objetivos aclarados con criterios de funcionabilidad de conceptos y definiciones.

Finalmente, las conclusiones, referencias bibliográficas, y por último el anexo

con los documentos de trabajo.

El autor.

#### **INDICE**

DEDICATORIA
AGRADECIMIENTO
RESUMEN
ABSTRACT
INTRODUCCIÓN
INDICE
CAPITULO I
PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA
1.1. Problema General
1.2. Problemas específicos:
1.3. Objetivos
1.3.1. Objetivo general
1.3.2. Objetivos específicos
1.4. Justificación
CAPITULO II
2.1. Marco teórico conceptual
2.2. Bases teóricas científicas
2.2.1. Funciones:
2.2.2. Función cuadrática:
2.2.3. Funciones cuadráticas con parámetros:
2.2.4. Derivada:9
2.2.5. Derivación de funciones compuestas:

2.2.7. El Software GeoGebra: 13

	2.2.8.	Barra de herramientas:	14
	2.2.9.	Derivada y tangente de una función con GeoGebra:	16
		CAPITULO III	
3.1.	Metod	ología de la investigación	20
	3.1.1.	Tipo de investigación	20
	3.1.2.	Metodología de la investigación	20
	3.1.3.	Diseño de investigación	21
	3.1.4.	Población y muestra	21
	3.1.5.	Técnica de recolección de información	21
	3.1.6.	Técnica de procesamiento y análisis de datos	22
	3.1.7.	Tratamiento estadístico	22
	3.1.8.	Orientación ética	23
		CAPITULO IV	
4.1.	Result	ados y Discusión	24
	4.1.1.	Resultados de la aplicación del Anexo 1 y 2	25
	4.1.2.	Discusión	27
CON	ICLUSI	ONES	
REF	ERECIA	AS BIBLIOGRÁFICAS	
ANE	EXO		

### INDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Parábola de la función cuadrática de un término	7
Gráfico 2: Parábola de la función cuadrática de tres términos	8
Gráfico 3: Función cuadrática con tres deslizadores	9
Gráfico 4: Derivada con deslizador GeoGebra	9
Gráfico 5: Interpretación geométrica de la derivada	10
Gráfico 6: Función compuesta	11
Gráfico 7: Derivada de una función compuesta	11
Gráfico 8: Barra de herramientas	13
Gráfico 9: Barra de menús	13
Gráfico 10: Menú vistas	14
Gráfico 11: Componentes principales del GeoGebra	14
Gráfico 12: Cuadro de entrada	15
Gráfico 13: Calculo simbólico CAS	15
Gráfico 14; Vista algebraica	15
Gráfico 15: Vista gráfica	16
Gráfico 16: Hoja de calculo	16
Gráfico 17: Función seno de x	17
Gráfico 18: Tangente en la función seno de x	17
Gráfico 19: Pendiente en la función seno de x	18
Gráfico 20: Rastro de la derivada	18
Gráfico 21: Derivada de la función seno de x	19
Gráfico 22: Vista algebraica y vista gráfica	27

#### INDICE DE TABLAS

Tabla 1:	Funciones compuestas simples y sus derivadas	12
Tabla 2:	Promedios del desarrollo de problemas de la derivada compuesta	26
Tabla 3:	Promedios del desarrollo de la derivada con el GeoGebra	.26

#### **CAPITULO I**

#### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 1.1. Problema General

¿Cuál es la secuencia del cálculo de la derivada de una función compuesta con el Software GeoGebra?

#### 1.2. Problemas específicos:

¿Cómo se da solución ejercicios de la derivada de una función compuesta con elSoftware GeoGebra?

¿Por qué la revisión práctica del Software GeoGebra es medio para el cálculo dela derivada de una función compuesta?

#### 1.3. Objetivos

#### 1.3.1. Objetivo general

Determinar la secuencia del cálculo de la derivada de una función compuesta conel Software GeoGebra.

#### 1.3.2. Objetivos específicos

Precisar los modelos de exploraciones interactivas, comandos y visibilidad condicional en la solución de ejercicios de la derivada de una función compuesta con el Software GeoGebra.

Indagar la revisión práctica del Software GeoGebra como medio para el cálculode la derivada de una función compuesta.

#### 1.4. Justificación

El presente trabajo de investigación está orientado al trabajo remoto pos pandemia en concordancia a la R.M. N° 072-2020 – TR, así como al D.S. N° 008-2020-SA que declara la emergencia sanitaria a nivel nacional por el plazo de 90 días calendario y a la vez se dictan medidas de prevención y control del COVID – 19, así mismo en concordancia con la Resolución Viceministerial N° 085-2020- MINEDU que proporciona las orientaciones para la continuidad del servicio educativo superior universitario, en el marco de la emergencia sanitaria por el COVID- 19, por tanto la presente investigación se orienta al cuidado de la vida y la salud de los estudiantes, docentes y la comunidad universitaria pos pandemia.

Además, la presente investigación tiene una importancia teórica y práctica, porque permite comprender el Software GeoGebra como categoría tutorial, como estrategia instruccional para el cálculo de la derivada de una función compuesta, con la resolución secuenciada en ejemplos propuestos del tema. Con el manejo de los iconos y las fórmulas adecuadas en el proceso.

Decreto Supremo que declara en emergencia el Sistema Educativo Peruano a nivel nacional durante el segundo semestre del año 2021 y el primer semestre del año 2022. En la educación superior: impulsando la implementación

de la modalidad a distancia y semi - presencial que permita el fortalecimiento de la educación superior y la educación técnico - productiva de calidad Eje 6 descentralización: fortaleciendo la articulación intergubernamental e intersectorial; modernizando la gestión educativa en las instancias descentralizadas; ordenando y organizando el servicio educativo desde los territorios; y promoviendo, fortaleciendo y replicando buenas prácticas de gestión educativa territorial.<sup>1</sup>

.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Decreto Supremo Nº 014-2021-MINEDU.

#### **CAPITULO II**

#### 2.1. Marco teórico conceptual

Granados, C. y Padilla, I. (2020). Trabajo de investigación intitulado "El aprendizaje gráfico de la recta tangente a través de la modelación de las secciones cónicas utilizando GeoGebra", en la Universidad Distrital de Francisco José de Caldas Barranquilla, escuela pública de Barranquilla – Colombia; llegando a la conclusión siguiente:

Los estudiantes llegaron a situaciones geométricas de una manera precisa y creativa; con una didáctica acorde a la realidad como suele llevarse a cabo de manera tradicional, siendo consensuado que este tipo de herramientas sea más utilizado en el proceso enseñanza aprendizaje, y más que los estudiantes con necesidades que requieren de estrategias creativas por los profesores que canalicen las mismas y fortalezcan los procesos.

Pisco, E. (2019). Tesis para optar el Grado Académico de maestro en ciencias con mención: educación superior en la Universidad Nacional de Cajamarca, escuela de posgrado; intitulado "Aplicación del software educativo GeoGebra en el aprendizaje de la función exponencial, de los

estudiantes de la especialidad de matemática e informática de la Facultad de Educación – UNC, 2018" llegaa las siguientes conclusiones:

- 1. La aplicación de las herramientas del software educativo GeoGebra elevó el nivel de aprendizaje de la función exponencial, de los estudiantes de la especialidad Matemática e Informática de la Facultad de Educación de la Universidad Nacional de Cajamarca, así lo evidencian los resultados obtenidos en la Prueba Evaluativa Post Test, en las dimensiones: matematiza situaciones, comunica y representa ideas matemáticas, elabora y usa estrategias, y razona y argumenta generando ideas matemáticas, cuyos promedios son: 3,19 (de 4), 3,09 (de 4), 6,72 (de 8) y 3,40 (de 4) respectivamente.
- 2. Mejoró significativamente el nivel de aprendizaje de la función exponencial, puesto que el promedio de los 43 estudiantes del grupo experimental antes de iniciar la experiencia educativa (Pre test), fue de 9,16 puntos, con respecto al final de dicha experiencia (Post Test), en el cual lograron un promedio de 16, 40 puntos (aumentando en 7,24 puntos en la escala vigesimal).

#### Marco teórico conceptual

**Explorar:** Verbo que refiere a examinar, reconocer, averiguar o registrar con diligencia un lugar o una cosa.

**Visibilidad:** Condición, índole, estado, característica, cualidad o carácter de visible, todo aquello que se puede ver. Mínima o máxima distancia.

Cálculo: Se refiere al arte de calcular que contiene métodos y conocimientos científicos, son accesibles a través de instrumentos específicos que están diseñados para cada propósito.

**Tecnologías:** Avance en la era del tiempo, entre la mano del hombre y el medioque lo utilizan para un proceso.

**Demostración:** La incorporación de un método, estrategia u otro en un proceso.

**Definiciones:** Expresión literal que se da a un objeto para aclarar y demostrar unatemática.

**Comando**: Son órdenes, pues indican al dispositivo informático que debe hacer oejecutar a continuación.

#### 2.2. Bases teóricas científicas

#### 2.2.1. Funciones:

Dados dos conjuntos no vacíos A y B y una relación  $f \subset A$  x B entonces se define.

F: Es función; Para cada  $x \in A$ , existe a lo más un elemento de A en B  $\Leftrightarrow$  y  $\in$  B tal que el par  $(x, y) \in f / A =$  Conjunto de partida, B = Conjunto de llegada.

#### **Observaciones:**

- Se tiene f de A en B denotado:
  - f:  $A \rightarrow B$ ; se lee "f una función de A en B", donde al conjunto A le llamaremos conjunto de partida y al conjunto B le llamaremos conjunto de llegada.
- El grafo (a,b) ∈ f, escribiremos b=f(a) y se dice que b es la imagen de
   a porf, también que b = f(a) es el valor de f en el punto a.
- Entonces se tiene la siguiente notación:

$$y = f(x) \leftrightarrow (x, y) \in f$$

Donde y = f(x) se lee "y es función de x" o "y es la imagen de x por f" (x,y)

 $\in$ f se lee "el par (x,y) pertenece a f"

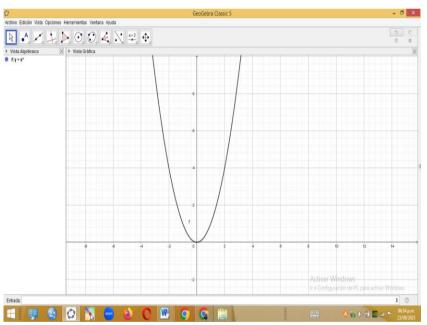
#### Dominio y rango de una función

El dominio es punto de partida y son todos los números reales x, y el rango es punto de llegada y son todos los números reales y; estos dan la definición de la función f.

#### 2.2.2. Función cuadrática:

Es toda expresión en el plano cartesiano con el exponente cuadrático ya sea en x como en y, dando origen esta ecuación una parábola en el plano cartesiano, así:

**Gráfico 1:**Parábola de la función cuadrática de un término

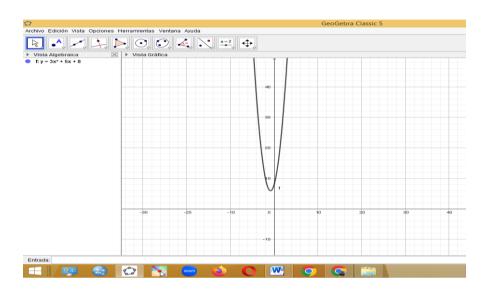


#### Características de una función cuadrática.

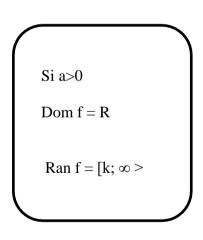
• Una función de la forma:  $f(x) = ax^2 + bx + c$ 

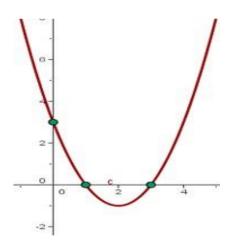
Gráfico 2:

Parábola de la función cuadrática de tres términos



La función cuadrática responde a la fórmula:  $y=a x^2 + b x + c con a \neq 0$ .





Si a < 0 Dom f = R

Ran  $f = \langle -\infty; k \rangle$ 

#### 2.2.3. Funciones cuadráticas con parámetros:

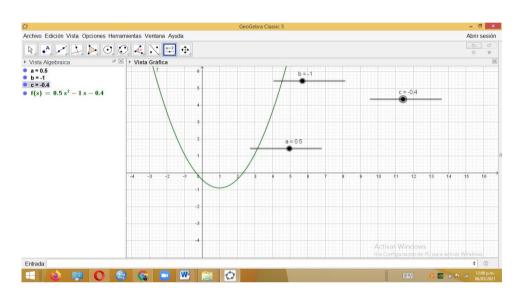
Se usaron las siguientesherramientas



#### Construcción:

- 1. Nuevo archivo en GeoGebra.
- 2. Muestre los ejes coordenados.
- 3. Elija la herramienta deslizador y construya tres deslizadores a, b y c.
- 4. Guarde el archivo.

Gráfico 3:
Función cuadrática con tres deslizadores



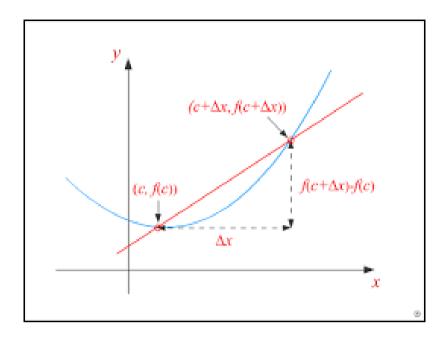
#### 2.2.4. Derivada:

La derivada de f(x) está definida como la pendiente de la tangente en un punto $(x_0,y_0)$ , así:

**Gráfico 4:**Derivada con deslizador GeoGebra



**Gráfico 5:**Interpretación geométrica de la derivada



#### 2.2.5. Derivación de funciones compuestas:

Está definido por la combinación de las dos variables en una determinada ecuación, conocida como la regla de la cadena tiene varias versiones que dan la regla de diferenciación de la composición de funciones para diferentes casos.

dy/dx=dy/du.du/dx..... y entonces u entonces x

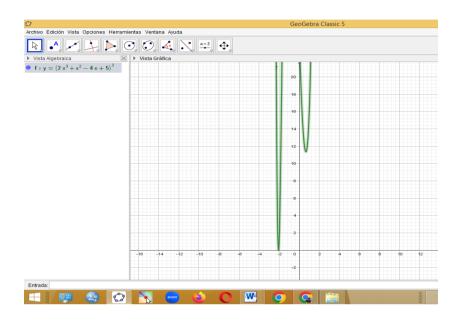
#### Primer paso:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{dy}{dt}$$
 Árbol de dependencia   
Notación: 
$$\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x}, \qquad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y}$$
 Z

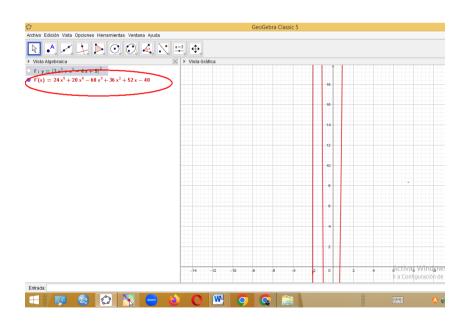
#### Ilustración:

Gráfico 6:

#### Función compuesta



**Gráfico 7:**Derivada de una función compuesta



$$y = \sqrt{(2x-1)^3} \quad \begin{cases} u = 2x-1 & u'_x = 2 \\ v = u^3 & v'_y = 3u^2 \\ y = \sqrt{v} & y'_y = \frac{1}{2\sqrt{v}} \end{cases}$$

#### 2.2.6. Formulas elementales:

**Tabla 1:** Funciones compuestas simples y sus derivadas

TABLA DE EJEMPLOS DE FUNCIONES COMPUESTAS SIMPLES				
Número	función	derivada		
1	$y=[g(x)]^n$	$y'=n[g(x)]^{n-1}g'(x)$		
2	<b>y= e</b> <sup>g(x)</sup>	$y'=e^{g(x)}g'(x)$		
3	y=In[g(x)]	$y' = \frac{1}{g(x)} g'(x)$		
4	y=sen[g(x)]	$y' = \cos[g(x)]g'(x)$		
5	y = cos[g(x)]	y' = -sen[g(x)]g'(x)		
6	$y = \sqrt{g(x)}$	$y' = \frac{1}{2\sqrt{g(x)}} g'(x)$		
7	$y = \frac{1}{g(x)}$	$y' = \frac{-1}{\left[g(x)\right]^2}g'(x)$		
8	$y = \frac{1}{\sqrt{g(x)}}$	$y' = \frac{-1}{2\sqrt{\left[g(x)\right]^3}}g'(x)$		

$$\underline{f}(x) = \underline{sen}(\underline{lnx})$$
  $\underline{f}(x) = \underline{sen}[g(x)]$  y  $g(x) = \underline{lnx}$ 

$$\frac{\text{derivando queda: } f'(x) = \cos(g(x)) \quad \cancel{y} \quad g'(x) = \frac{1}{x}}{\text{finalmente queda: } y' = \cos(\frac{\ln x}{x}) = \frac{\cos(\ln x)}{x}$$

Otra estategia muy útil consiste en hacer el siguiente cambio de variable:

$$g(x) = Inx = t$$
 entonces la función original  $f(x) = sen(Inx)$  se transforma en

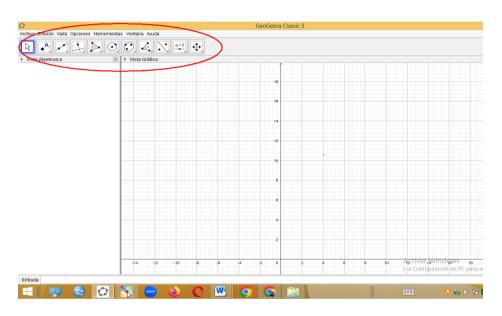
$$\underbrace{f(t) = sen(t)} \quad \underbrace{y} \quad \underline{su} \quad derivada \quad f'(t) = cos(t).t'$$

#### 2.2.7. El Software GeoGebra:

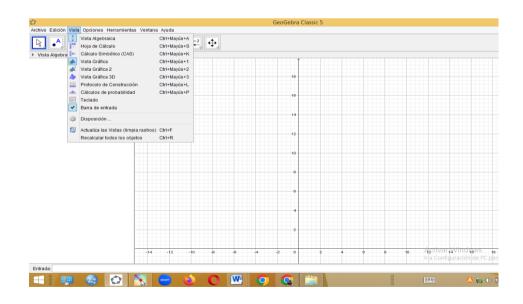
El GeoGebra, su creador y actual director del equipo es Markus Hohenwarter, que salió en el año 2002.

Geogebra es un programa que mezcla la geometría con el álgebra.

**Gráfico 8:**Barra de herramientas



**Gráfico 9:**Barra de menús



#### Gráfico 10:

#### Menú vistas

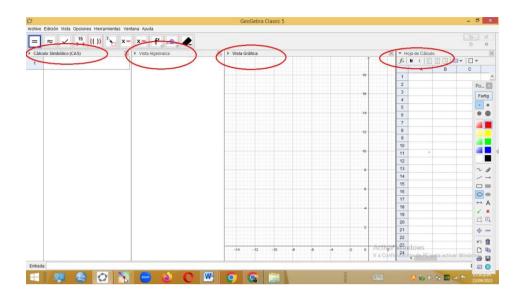
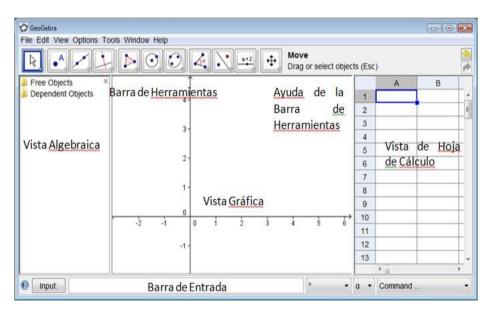


Gráfico 11: Componentes principales del GeoGebra



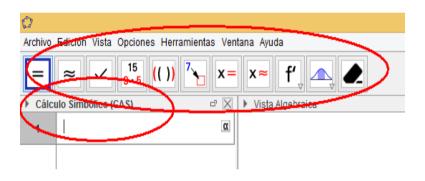
#### 2.2.8. Barra de herramientas:

Son los diferentes comandos en el GeoGebra, utilizado con el cursor dan lasindicaciones y procedimientos.

## **Gráfico 12:**Cuadro de entrada



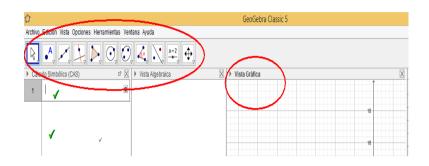
**Gráfico 13:**Calculo simbólico CAS



**Gráfico 14;** Vista algebraica



**Gráfico 15:** Vista gráfica



**Gráfico 16:** Hoja de calculo



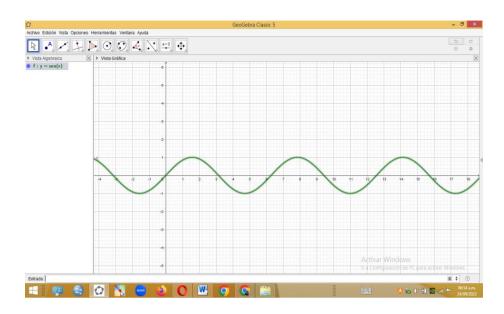
#### 2.2.9. Derivada y tangente de una función con GeoGebra:

La derivada entendida como resultado del grado de inclinación de la recta tangente con respecto a un punto de una función presente en el plano cartesiano, además como la pendiente tangencial  $m_T=(y_1-y_0)/(x_1-x_0)$  y su recorrido como imagen de la función dada.

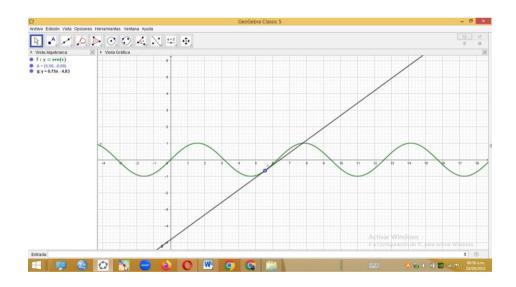
Ejemplo: Sea la función y=senx, su derivada es y'=cosx por formula, y por la gráfica con el GeoGebra es:

Gráfico 17:

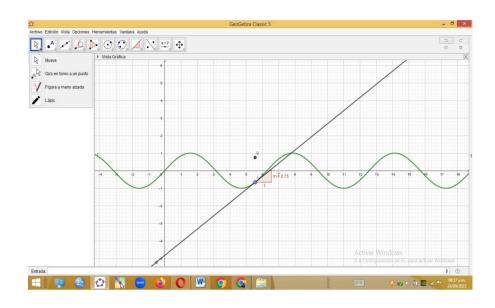
#### Función seno de x



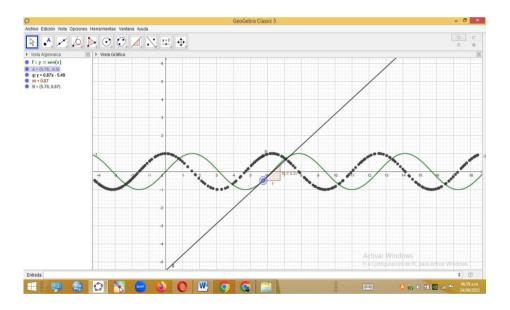
**Gráfico 18:**Tangente en la función seno de x



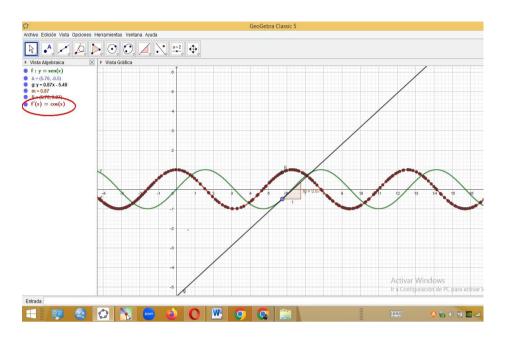
**Gráfico 19:**Pendiente en la función seno de x



**Gráfico 20:** Rastro de la derivada



**Gráfico 21:**Derivada de la función seno de x



#### **CAPITULO III**

#### 3.1. Metodología de la investigación

#### 3.1.1. Tipo de investigación

El tipo de investigación es básico con los niveles descriptivo, explicativo y enfatizando el nivel descriptivo; por cuanto se trata de calcular la derivada de funciones compuestas con el Software GeoGebra.

#### 3.1.2. Metodología de la investigación

El Método científico con sus procedimientos de planteo del problema de investigación, objetivos y la interpretación del modelo teórico con la deducción de secuencias particulares, para la explicación del uso del software GeoGebra en la solución de ejercicios de la derivada de funciones compuestas luego la discusión para proponer la conclusión arribada de la teoría según objetivo del trabajo de investigación. Con el Método documental y bibliográfico para el marco teórico conceptual y científico con las fuentes documentales, las mismas que sirvieron para revisar documentos fuentes con respecto al tema tratado.

#### 3.1.3. Diseño de investigación

La investigación tiene el diseño preexperimental (estudio del caso con una sola medición), consiste en la aplicación de un estímulo o tratamiento a un grupo y después realizar una medición en una o más variables, para observar cuál es el nivel de los efectos en estas variables; según Carrasco Díaz Sergio. (2015). Ensu libro Metodología de la Investigación Cientifica.

G -- X -- O

Dónde:

G = Grupo

X = Tratamiento o estimulo

 $O_2$  = Observación de la variable independiente

#### 3.1.4. Población y muestra

La población de estudio conformada por 63 estudiantes de la Facultad de Ciencias de la Educación, Escuela de Formación Profesional de Educación a Distancia, Programa de Complementación Pedagógica, periodo académico 2017. La muestra es no probabilística de tipo intencional conformado por 15 Estudiantes de las Especialidades: Matemática y Física; Computación e Informática y Biología y Química, que representa al 23% del total y según plan de estudios orientados asignaturas teóricas de especialidad y manejo de software con sede en la ciudad de Huancayo. (Anexo 3).

#### 3.1.5. Técnica de recolección de información

Para la elaboración del marco conceptual y científico de la investigación, en la cual se utilizaron la técnica del fichaje (Fichas textuales, de resumen, bibliográficos, y Google formulario, Google Meet, WhatsApp, Facebook).

#### 3.1.6. Técnica de procesamiento y análisis de datos

Para Arias (2006) las técnicas de Investigación, son las distintas maneras, formas o procedimientos utilizados por el investigador para recopilar u obtener los datos o la información que requiere. Constituyen el camino hacia el logro de los objetivos planteados para resolver el problema que se investiga. Entonces se realizará a través de:

**Codificación**: para codificar a los estudiantes del programa elegido. Así mismo codificar resultados.

**Tabulación**: tabular los datos que se obtendrán durante el proceso y final de la investigación, con el manejo del Excel y el SPSS v.24 arribando a las conclusiones por medio de la estadística descriptiva e inferencial, las Medidas de Tendencia Central, las medidas de variabilidad y las medidas de normalidad.

#### 3.1.7. Tratamiento estadístico

Se realizó a través de:

La estadística que tiene un origen muy remoto, se encuentra registros de ella en la evolución social de la humanidad.

**Estadística descriptiva:** Con la descripción y el analices de la información mediante tablas, gráficos y/o valores numéricos.

**Estadística inferencial:** Infiere o induce leyes del comportamiento de una población a partir del análisis de una muestra; está relacionado con el muestreo, la estimación y el cálculo de probabilidades.

Además, los estadísticos que se emplearán teniendo en cuenta, los objetivos planteados, las características de la muestra y el nivel de las variables serán los siguientes:

#### Distribución de Frecuencia

Es un conjunto de puntuaciones ordenadas en sus respectivas categorías. La distribución de frecuencia está constituida por la frecuencia absoluta (fi) y la frecuencia relativa o de porcentaje (hi).

#### Media Aritmética

Es una medida de tendencia central y se define como el promedio aritmético de una distribución. Es la suma de todos los valores dividida por el número de casos.

#### Desviación Estándar

Es el promedio de desviación de las puntuaciones con respecto a la media. La desviación estándar permite obtener la medida del grado de dispersión de todos los valores muestrales con respecto a la media aritmética.

#### 3.1.8. Orientación ética

Con los "Principios éticos y el Código de conducta" de la American Psychological Association (2003), donde se tiene diversos derechos y deberes para la elaboración del trabajo de investigación los mismos que son informados sobre el propósito y objetivos del trabajo de investigación; La explicación clara y precisa de los resultados según objetivos propuestos; en cumplimiento del reglamento de grados y títulos de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.

# **CAPITULO IV**

# Resultados y discusión

# 4.1. Resultados y Discusión

Objetivo general	Procedimiento		
Determinar la secuencia del	Se entendió el software Geogebra como		
cálculo de la derivada de una	un programa que sistematiza la		
función compuesta con el	geometría con el álgebra. Luego con el		
Software GeoGebra.	Geogebra calcula la derivada de las		
	funciones, posee su propia hoja de		
	cálculo e interpretando las funciones de		
	manera interna		
	Todo ello promoviendo el aprendizaje a		
	través del trabajo virtual usando Google		

	Meet, Zoom o Skype.	
Objetivos específicos	Procedimiento	
Precisar los modelos de	Se explicó el funcionamiento del programa,	
exploraciones interactivas,	sus ventajas para dar solución ejercicios	
comandos y visibilidad	de la derivada de una función	
condicional en la solución de	compuesta, luego profundizar lo que se	
ejercicios de la derivada de	ha visto en la teoría.	
una función compuesta con el	Aprendizaje que se realizó a través del	
Software GeoGebra.	trabajo virtual usando Google Meet,	
	Zoom o Skype, con el soporte de la	
	bibliografía virtual.	
Indagar la revisión práctica	Se utilizó la barra de herramientas, que	
del Software GeoGebra como	despliega un menú con los botones se	
medio para el cálculo de la	agrupan según herramientas comunes.	
derivada de una función	Practica que se realizó a través del	
compuesta.	trabajo virtual usando Google Meet,	
	Zoom o Skype, con el soporte de la	
	bibliografía virtual.	

## 4.1.1. Resultados de la aplicación del Anexo 1 y 2

En este acápite presento las tablas con los resultados de la aplicación del Anexo1 y 2 respectivamente a estudiantes de la Facultad de Ciencias de la Educación, Escuela de Formación Profesional de Educación a Distancia, Programa de Complementación Pedagógica, periodo académico 2017 de las Especialidades:

Matemática y Física; Computación e Informática y Biología y Química con sedeen la ciudad de Huancayo.

Con recorrido de 100 puntos como parámetro de criterios, y el cumplimiento del diseño de investigación planteado.

Tabla 2:				
Promedios del d	esarrollo	de problem	as de la derivad	la compuesta
Frecuencia Puntos	$f_i$	$F_{i}$	h <sub>i</sub> %	H <sub>i</sub> %
[10 - 20]	1	1	6,67	6,67
[30 - 40]	1	2	6,67	13,34
[50 - 60]	3	5	20,00	33,34
[70 - 80]	6	11	40,00	73,34
[90 - 100]	4	15	26,67	100,0
Total	15		100,0	

Fuente: Resumen de la aplicación del anexo 1

		Tabla	3:	
Promedios del desarrollo de la derivada con el GeoGebra				
Frecuencia				
Puntos	$f_i$	$F_i$	$h_i\%$	H <sub>i</sub> %
[10 - 20]	1	1	6,67	6,67
[30 - 40]	1	2	6,67	13,34
[50 - 60]	1	3	6,67	20,01
[70 - 80]	3	6	20,00	40,01
[90 - 100]	9	15	60,00	100,0
Total	15		100,0	

Fuente: Resumen de la aplicación del anexo 2

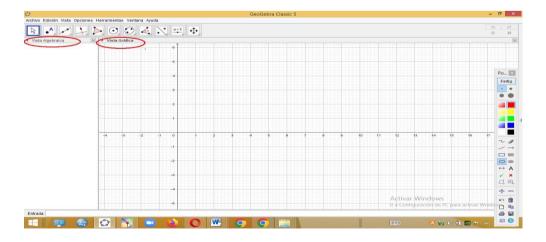
**Interpretación:** De las tablas 1 y 2 respectivamente se observa que los promedios obtenidos están de 70 a más puntos en su gran mayoría, demostrando que el software Geogebra como un programa que mezcla la geometría con el álgebra en el cálculo de la derivada de una función compuesta, precisando los

modelos de exploraciones interactivas, comandos y visibilidad condicional en el desarrollo de los ejercicios propuestos.

#### 4.1.2. Discusión

Con el propósito de cumplir con el objetivo general planificado en el trabajo de investigación: Determinar la secuencia del cálculo de la derivada de una función compuesta con el Software GeoGebra; se realizó la interpretación de funciones como: Dados dos conjuntos no vacíos A y B y una relación f ⊂ A x B entonces se planifica la derivada de una función matemática hallando íntimamente la noción límite. Luego la aplicación de fórmulas (regla de la cadena) en forma manual de la derivada de las funciones compuestas en dos pasos, posterior a ello la comprobación de estos resultados con el software GeoGebra en la vista gráfica empleando las herramientas de construcción, paralelo a ello en la vista grafica las funciones dadas; donde cada icono de la barra, representa una caja de herramientas que contiene una selección de útiles similares, que se despliegan con un clic sobre la flechita del vértice inferior derecho del recuadro del ícono.

**Gráfico 22:** Vista algebraica y vista gráfica



#### **CONCLUSIONES**

- La secuencia del cálculo de la derivada de una función compuesta con el software
  GeoGebra se da por medio de las fórmulas y cumpliendo en primer lugar su
  derivada de la función principal o contenedora y en segundo lugar se deriva la
  función secundaria o contenida, finalmente se realiza la multiplicación, como se
  ilustra en el acápite 4.2.
- 2. Los modelos de exploraciones interactivas, comandos y visibilidad condicional secuenciados son argumentos teóricos y prácticos en la solución de ejercicios de la derivada de una función compuesta con el Software GeoGebra, demostrado con la aplicación de los instrumentos según anexo 1 y 2, llegando a consolidar en el acápite 4.1.
- 3. El Geogebra es un programa que mezcla la geometría con el álgebra dándose el interfaz de uso, para el cálculo de la derivada de una función compuesta.

## REFERECIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aldana, E. (2013). Una Didáctica de la Matemática para la Investigación en pensamiento matemático avanzado. La Habana: Atenas.
- Barrazuera, J. (2014). El aprendizaje de la línea recta y la circunferencia a través de secuencias didácticas de aprendizaje fundamentadas en la teoría socialcognitivo y desarrollada en GeoGebra. Recuperada de: http://dspace.ucuenca.edu.ec/bitstream/123456789/20824/1/tesis.pdf
- Bejarano, M. (2017). Modelización matemática y GeoGebra en el estudio de funciones.

  Una experiencia con estudiantes de ingeniería. Revista Ciencias de la Educación, 348.
- Bello, A. (2013). Mediación del software GeoGebra en el aprendizaje de programación lineal en alumnos del quinto grado de educación secundaria. Lima Perú.
- Carrasco, S. (2005). *Metodologia De La Investigacion Cientifica*. Lima, Perú: San Marcos.
- Díaz, R. (2014). La construcción del concepto circunferencia desde la dialéctica herramienta-objeto con el apoyo del software GeoGebra en estudiantes de quinto de secundaria (Tesis de maestría). Universidad Católica del Perú, Lima, Lima.
- Hernández, C. M. (2013). Consideraciones para el uso del GeoGebra en ecuaciones, inecuaciones, sistemas y funciones. Números. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 82, 115-129. Recuperado de: www.sinewton.org/numeros
- Hohenwarter, J. Hohenwarter, M. (2010) "Introduction to Geogebra". Consultada en http://www.geogebra.org/book/intro-en/.
- León, J. (2015). Instrumentalización de la elipse utilizando Geogebra. XIV CIAEM-

#### IACME.

#### **Fuentes Bibliográficas Virtuales:**

https://www.carm.es/web/servlet/integra.servlets.Blob?ARCHIVO=FD-

https://cdn.www.gob.pe/uploads/document/file/571631/GUIA\_PARA\_LA\_APLICAC

ION\_DEL\_TRABAJO\_REMOTO.pdf

https://www.gob.pe/en/institucion/minedu/normas-legales/466140-085-2020-mineduxx

https://www.gob.pe/institucion/pcm/normas-legales/460472-044-2020-pcm

http://www.rubenprofe.com.ar/4matuniv/37matem/372deriv1.pdf

http://repositorio.undac.edu.pe/handle/undac/1674



#### Anexo 1

## Problemas propuestos de la derivada compuesta

#### Instrucciones:

- > En hoja adicional resuelva 10 ejercicios propuestos
- Comprobar su respuesta con el Software GeoGebra
- Consulte su respuesta en el solucionario

# (V) DERIVADA DE UNA FUNCION COMPUESTA O FUNCION DE FUNCION

## REGLA DE LA CADENA

En los ejercicios del 1 al 20, hallar dy/dx para cada función dada.

$$[x = (x + 1)^s]$$

2. 
$$y = (x^2 + x + 1)^3$$

$$3 y = t^2x^3 + 3x^2 + 5x - 1)^4$$

3. 
$$y = (2x^3 + 3x^2 + 5x - 1)^4$$
 4.  $y = (x^4 - 2x^3 + x + 2)^{3/2}$ 

5. 
$$y = \sqrt{2x^2 + 3x + 1}$$

6. 
$$y = \sqrt{x^3 + 3x^2 + 2x + 1}$$

7. 
$$y = (x + 2)^{-3}$$

8. 
$$y = (x - 2)^{-2/3}$$

$$9 \cdot y = (3x + 1)^4 (2x - 1)^3$$

9. 
$$y = (3x + 1)^4 (2x - 1)^2$$
 10.  $y = (x + 3)^4 (x^2 - 2x + 3)^3$ 

11 
$$y = (3x + 2)^3(x + 1)^{-3}$$

11. 
$$y = (3x + 2)^3(x + 1)^{-2}$$
 12.  $y = (2x + 1)^3 \sqrt{x + 1}$ 

13. 
$$y = (\frac{2x+5}{x+2})^3$$

14. 
$$y = (\frac{x+3}{x^2+3x+1})^2$$

15. 
$$y = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2+2x+3}}$$

16. 
$$y = \frac{(2x+3)^{2/3}}{(x+1)^{3/2}}$$

15. 
$$y = \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2+2x+3}}$$
  
16.  $y = \frac{(2x+3)^{2/3}}{(x+1)^{3/2}}$   
17.  $y = \frac{(x+2)^3(3x-1)^2}{(x+1)^4}$   
18.  $y = \frac{(x+3)^2(2x+3)^4}{(3x+2)^3}$ 

18. 
$$y = \frac{(x + 3)^2(2x + 3)}{(3x + 2)^3}$$

19. 
$$y = \frac{(3x + 1)^{-3}}{(2x + 3)^{-2}}$$

20. 
$$y = \frac{(3x+2)^{-3}}{(2x+1)^{-2}(x+1)}$$

21. Hallar las ecuaciones de las rectas tangente y normal a la curva  $y = (3x + 2)^3(x + 1)^{-2}$  en los puntos: a) (0,8); b) (1, 125/4).

#### Anexo 2

# Proceso para el cálculo de la derivada con el GeoGebra

## Instrucciones:

- En cada recuadro ubique según lo solicitado
  Cada rubro llene según la revisión sistémica
- > Consulte su información con el tutor

#### Esquema para el proceso

	Lisquenia para el proceso
Fecha:	
Sesión:	
1. Problema general:	
Criterio secuenciado:	Modelos de exploraciones GeoGebra:
Revisión bibliográfica:	Comandos planteados:
Procedimientos:	Comandos utilizados:
2. Establecimiento de un tópico j	particular:
Criterio secuenciado:	Modelos de exploraciones GeoGebra:
Revisión bibliográfica:	Comandos planteados:

Procedimientos:	Comandos utilizados:
3. Búsqueda de evidencias:	
Criterio secuenciado:	Modelos de exploraciones GeoGebra:
Revisión bibliográfica:	Comandos planteados:
Procedimientos:	Comandos utilizados:
4. Comentario personal:	

# Anexo 3 Muestra de estudio

EBUCACION AMBIENTAL EN LI			-
INTEGRANTES	CODIGO	ESPECIALIDAD	SEMESTRE
ASCONA BUSTAMANTE, Emesto Rafael	1671133112	Molegia y Connica	Egrasada
BUENO SOLIS, Freddy Juan	1572703010	Computación e Informática	Egresado
BRICENO BARRERA, Crisanto	1372623100	Computación a Informática	Egrasado
CARLOS DIONICIO Arturo Luis	1472713013	Matemàtica y Física	Egresado
CARHUAMACA PUMACAHUA Diego Franço	1372683110	Computación e Informática	Egresado
CRISOSTOMO CONDOR, Edwin	1372683129	Computación a Informática	Egranado
CONCHA ROJAS FRANK PHIER	1572683042	Computación e Informática	Egresado
HUAMAN ZAVALETA, Luis Miguel	1572683051	Computación s Informática	Egresado
ORTEGA GARCÍA, Ledi Giovanna	1372683172		Egrando
PÉREZ ORTIZ, Ana Maria		Biologia y Química	Egresado
QUISPE CLEMENTE, Anibal		Computación e Informática	Egrasado
QUIÑONES PAULINO Zenón Iván	1672723015	Matemática y Fisica	Egresado
VALERIO CALDERON, Jenny Rosario	1472683040	Computación e Informática	Egresado
VERA VICUÑA, Jhon Nicasio	1472683080	Computación e Informática	Egresado
VILLEGAS BONIFACIO, Mitchel Leoncio	1579573024	Computación e Informática	Egrasado



# VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN VICERRECTORADO DE INVESTIGACIÓN DIRECCIÓN GENERAL DE RESPONSABILIDAD SOCIAL UNIVERSITARIA DIRECCIÓN GENERAL DE RESPONSA DE 100- Sun Juan 1 et (1 063 - 42 (1 36)

"Año del Buen Servicio al Ciudadano"

#### RESOLUCIÓN DIRECTORAL Nº 093 - 2017 - DGRS

Cerro de Pasco, 24 de mayo del 2017

VISTO: El plan de trabajo presentado por el docente adscrito a la Facultad de Ciencias de la Educación, para el desarrollo de las actividades de Extensión y Proyección Social.

La Dirección General de Responsabilidad Social Universitaria del rubro, en concordancia al reglamento interno como las demás disposiciones establece lo siguiente:

#### CONSIDERANDO:

Que, en los Artículos 2 y 9 del Reglamento de Extensión y Proyección Social señala que es una función básica de la Universidad, mediante el cual se transfieren y extienden los conocimientos de la cultura universal, y los generados en el proceso de la investigación a través de los servicios tecnológicos, profesionales, educativos y de promoción, destinado generalmente a quienes no son integrantes de la comunidad universitaria, contribuir en la mejora de la calidad de vida de la población, con fines de orientar el desarrollo de las organizaciones sociales asentada en el ámbito de influencia de la UNDAC, asimismo los ejecutores de los diversos programas a través de los proyectos cumplen con los objetivos estipulados en el Artículo 9 y sus incisos, del Reglamento.

Que, el Articulo 6 del Reglamento, señala la actividad de extensión y proyección social es requisito indispensable, para optar el Grado Académico de Bachiller para los estudiantes de la UNDAC.

Que, el Artículo 28 del Reglamento de Extensión y Proyección Social señala los Docentes asesoran, participan y supervisan el desarrollo del cumplimiento de las actividades de los proyectos y/o programas. Representan a la UNDAC en las decisiones asumidas por el equipo, frente a los beneficiarios; informar oportunamente de los avances y dificultades al coordinador de la Facultad, sede o filíal al que pertenece el proyecto y/o programa, asesora a los extensionistas y/o proyectistas en la elaboración del informe final.

Que, es necesario normar y oficializar el funcionamiento de los programas a través de proyectos de extensión y proyección social de la universidad.

#### SE RESUELVE .-

ARTICULO PRIMERO. AUTORIZAR, el desarrollo del Proyecto intitulado "CIUDADANOS PASQUEÑOS CON CULTURA Y CONCIENCIA AMBIENTAL", bajo la asesona y supervisión de la Mg. Alfredo SIUCE BONIFACIO, durante el año académico 2017

#### ARTICULO SEGUNDO.- Reconocer, como alumnos proyectistas a:

- ASCANOA BUSTAMANTE, Ernesto Rafael PEREZ ORTIZ, Ana Maria BUENO SOLIS, Freddy Juan CARLOS DIONICIO, Arturo Luis OUISPE CLEMENTE, Anibal VILLEGAS BONIFACIO, Mitchel Leoncio CARHUAPOMA PUMACAHUA, Diego Franco CONCHA ROJAS, Frank Phier HUAMAN ZAVALETA, Luis Miguel ORTEGA GARCIA, Ladi Giovanna VALERIO CALDERON, Jenny Rosario VERA VICUNA, Jhon Nicasio CRISOSTOMO CONDOR, Edwin BRIÇENO BARRERA Crisanto QUINONES PAULINO. Zenon Ivan

ARTICULO TERCERO.- Transcribase la presente Resolucion a las diferentes instancias pertinentes

Registrese, comuniquese y archivese

Asesores Alumnos Proyectistas Dir. Resp. Social Fac. Cc. de la Educación Vicerrectorado de Investigación Archivo/Extra

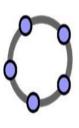
Tuis Eleberg.

buis Javier De la Cruz Patino

#### Anexo 4

#### Manual del GeoGebra

# <u>Documento</u> de <u>Ayuda</u> de <u>GeoGebra</u>



Manual Oficial

Activar Window Ir a Configuración de