UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN ESCUELA DE POSGRADO



TESIS

Estrategias heurísticas para el desarrollo del razonamiento matemático en tiempos de pandemia en los estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco - 2021

Para optar el grado académico de Doctor en:

Ciencias de la Educación

Autor:

Mg. Jhonny Jaime MAMANI LIPA

Asesora:

Dra. Eva Elsa CONDOR SURICHAQUI

UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN ESCUELA DE POSGRADO



TESIS

Estrategias heurísticas para el desarrollo del razonamiento matemático en tiempos de pandemia en los estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco - 2021

Sustentada y aprobada ante los miembros del jurado:

Dr. Oscar Eugenio PUJAY CRISTOBAL PRESIDENTE	Dr. Armando Isaías CARHUACHIN MARCELO MIEMBRO
	PARTIDA LOVATON MIEMBRO

DEDICATORIA

Lleno de regocijo, de amor y de esperanza, dedico este aporte a cada uno de mis seres queridos, quienes han sido mis pilares para seguir adelante.

A mis padres, porque ellos son la motivación de mi vida, mi orgullo; y sin dejar de lado a mis hermanas por confiar en mí.

AGRADECIMIENTO

A mi asesora, **Dra. Eva Elsa CONDOR SURICHAQUI** por sus valiosa contribuciones, enseñanza y asesoramiento en la realización de la presente investigación.

Al **Dr. Guillermo GAMARRA ASTUHUAMAN,** por su invalorable apoyo en la elaboración y validación de los instrumentos de investigación asimismo en el análisis y tratamiento estadístico de los datos recopilados.

A los docentes de las diferentes Universidades Nacionales y privadas de nuestro país, **Dr. Oscar Eugenio PUJAY CRISTOBAL, Dra. Eva Elsa CONDOR SURICHAQUI y Dr. Guillermo GAMARRA ASTUHUAMAN,** por haber tenido la diferencia de contribuir con la validación de los instrumentos de investigación y las sugerencias acertadas para la culminación de esta investigación.

Finalmente, mi reconocimiento a todas las personas que elaboraron de una u otra manera con la ejecución de la presente investigación.

RESUMEN

El propósito de esta investigación es determinar la influencia de las estrategias

heurísticas en el desarrollo del razonamiento matemático en tiempos de pandemia en

los estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión,

Pasco-2021. Al grupo experimental se aplicó la estrategia heurística y el grupo de

control adopta una estrategia convencional durante el estudio. El número de estudiantes

en el grupo experimental fue de 26 y el número de estudiantes en el grupo de control

fue de 28. El procedimiento incluye una prueba previa al grupo experimental de

estudiantes y al grupo de control de estudiantes. El instrumento utilizado fue verificado

por expertos, posteriormente se analizó la confiabilidad a través de un grupo piloto de

20 estudiantes que formaban parte de la población de investigación, posterior a ello se

aplicó el instrumento a la muestra de estudio seleccionado. Los resultados mostraron

que la variabilidad relativa del grupo de control fue del 26,89%, mientras que la

variabilidad relativa del grupo experimental fue del 15,04%. Comparando estos

resultados, podemos estar seguros de que el razonamiento matemático del grupo de

control es más heterogéneo que el del grupo experimental debido a una mayor

dispersión. La conclusión es que las puntuaciones del grupo experimental son

significativamente diferentes (p $<\alpha$), por lo que se rechaza la hipótesis nula, lo que

significa que existe una diferencia significativa entre las puntuaciones antes y después

de la aplicación de la estrategia heurística en el razonamiento matemático.

Palabras claves: Método Heurístico, razonamiento matemático, educación secundaria.

iii

ABSTRACT

The purpose of this research is to determine the influence of heuristic strategies

on the development of mathematical reasoning in times of pandemic in fifth grade

students at the Daniel Alcides Carrión Educational Institution, Pasco-2021. The heuristic

strategy was applied to the experimental group and the control group adopted a

conventional strategy during the study. The number of students in the experimental

group was 26 and the number of students in the control group was 28. The procedure

includes a pre-test of the experimental group of students and the control group of

students. The instrument used was verified by experts, subsequently the reliability was

analyzed through a pilot group of 20 students who were part of the research population,

after which the instrument was applied to the selected study sample. The results showed

that the relative variability of the control group was 26.89%, while the relative variability

of the experimental group was 15.04%. Comparing these results, we can be sure that

the mathematical reasoning of the control group is more heterogeneous than that of the

experimental group due to a greater dispersion. The conclusion is that the scores of the

experimental group are significantly different (p $< \alpha$), so the null hypothesis is rejected,

which means that there is a significant difference between the scores before and after

the application of the heuristic strategy in the mathematical reasoning.

Keywords: Heuristic method, mathematical reasoning, secondary education.

iν

RESUMO

O objetivo desta pesquisa é determinar a influência das estratégias heurísticas no

desenvolvimento do raciocínio matemático em tempos de pandemia em alunos do

quinto ano da Instituição Educacional Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021. A estratégia

heurística foi aplicada ao grupo experimental e o grupo controle adota uma estratégia

convencional durante o estudo. O número de alunos do grupo experimental foi de 26 e

o número de alunos do grupo de controle foi de 28. O procedimento incli pré-teste do

grupo experimental de alunos e do grupo controle de alunos. O instrumento utilizado foi

verificado por especialistas, posteriormente a confiabilidade foi analisada por meio de

um grupo piloto de 20 alunos que faziam parte da população da pesquisa, após o que

o instrumento foi aplicado á amostra selecionada do estudo. Os resultados mostraram

que a variabilidade relativa do grupo controle foi de 26,89%, enquanto a variabilidade

relativa do grupo experimental foi de 15,04%.

Comparando esses resultados, podemos ter certeza de que o raciocínio matemática do

grupo controle é mais heterogêneo do que o do grupo experimental debido á maior

dispersã.

La conclusión es que las puntuaciones del grupo experimental son significativamente

diferente (p< α), por lo que se rechaza la hipótesis nula, lo que significa que existe una

diferencia significativa entre las puntuaciones antes y después de la aplicación de la

estrategia heurística en el Raciocínio matemático.

Palavras-clave: Método heurístico, racioncínio matemático, ensino médio.

٧

INTRODUCCIÓN

La educación actual busca que el rol del docente sea el rol de guía, mientras que el rol del alumno es el simple receptor de la construcción de sus propios conocimientos. Por ello, se introducen nuevas teorías e investigaciones en el campo de la educación, y el docente debe ser un investigador permanente en su propia aula, porque esto lo prepara para completar su trabajo de la mejor manera posible.

Estamos en la situación actual de una pandemia, y todo el sistema educativo se ha visto afectado, especialmente la institución educativa Daniel Alcides Carrión, que es la asignatura de matemáticas de la escuela primaria para estudiantes de quinto grado de educación secundaria en la ciudad de Pasco, involucrando nuevos trabajos y docencia. Métodos, para que los alumnos puedan seguir aprendiendo más fácilmente.

El aprendizaje de las matemáticas ayuda a cultivar las habilidades de razonamiento y lógica de los estudiantes, que no son fáciles de obtener en cursos de otros campos. En esta rama de las matemáticas, se puede lograr a través de métodos heurísticos, una serie de pasos y procedimientos aplicados al aprendizaje. proporcionar pautas para proporcionar comentarios sobre contenido mal adquirido en el momento adecuado.

Como actividad del estudiante en el proceso de aprendizaje, los profesores deben aplicar métodos heurísticos. Los profesores actúan como guías o tutores para hacer preguntas, proporcionar materiales y fomentar el sentido de responsabilidad e iniciativa de los estudiantes. Es importante saber que el alumno es el protagonista del proceso educativo, orientar al alumno a construir conocimientos y reforzar la información necesaria, para que realmente pueda aprender las habilidades necesarias para su formación integral.

El propósito de la investigación es verificar la influencia de las estrategias heurísticas en el desarrollo del razonamiento matemático. La importancia de la investigación se deriva de la creación inteligente de situaciones de enseñanza por parte de los profesores, que despierta el interés y la curiosidad innata de los estudiantes, lo

que les permite descubrir los conceptos y los métodos de resolución de problemas en el aula, los métodos de asimilación y razonamiento, y como una comprensión de estos. afectar el aprendizaje del contenido de los conceptos matemáticos en la escuela secundaria.

Para que este proceso sea eficiente y efectivo, se necesita cultivar personas con las habilidades para cambiar la realidad, por lo que es necesario proponer un estudio como método heurístico y desarrollar el razonamiento matemático entre los estudiantes de educación secundaria, para que los futuros ciudadanos puedan contribuir al desarrollo social y se promueve el aprendizaje del conocimiento académico para cambiar la matriz productiva del país.

El trabajo de investigación se ha elaborado teniendo en cuenta el esquema aprobado por la Universidad Daniel Alcides Carrión, se explican a continuación los capítulos.

Capítulo I El problema general de esta investigación plantea una visión general de los problemas actuales y la necesidad de aplicar y desarrollar métodos heurísticos en la mejora del razonamiento matemático de los estudiantes, destacando el enfoque de la investigación cuantitativa.

El Capítulo II trata sobre el Marco Teórico, entre ellos, se analizan una serie de aspectos importantes del proceso de enseñanza de la educación básica, los componentes del proceso de enseñanza, algunos métodos de enseñanza y métodos de aprendizaje heurísticos. Este capítulo también considera las características de los métodos heurísticos, los tipos de métodos y la aplicación de métodos heurísticos, y analiza la importancia del razonamiento en la educación secundaria.

En el Capítulo III trata sobre la Metodología, Aquí, determine las ideas principales, utilice técnicas y métodos de investigación, describa la población de investigación y las muestras, y las herramientas utilizadas en el estudio del juicio de expertos, y luego la confiabilidad de las herramientas..

En Capítulo IV, se expone los resultados de la investigación para analizar e interpretación los datos. Proceso de prueba de hipótesis, la discusión de los resultados y la información que ha sido debidamente analizada, el resultado de la comparación o verificación en base a los resultados obtenidos del instrumento de aplicación.

Finalmente, las conclusiones y recomendaciones se plantean como eje de esta investigación.

El Autor.

INDICE

DEDICATORIA
AGRADECIMIENTO
RESUMEN
ABSTRACT
RESUMO
INTRODUCCIÓN
INDICE

CAPÍTULO I

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1	Identificación y determinación del problema1				
1.2	Delimitación de la investigación3				
1.3	Formulación del problema4				
	1.3.1 Problema general4				
	1.3.2 Problemas específicos				
1.4	Formulación de objetivos4				
	1.4.1 Objetivo general4				
	1.4.2 Objetivos específicos				
1.5	Justificación de la investigación5				
1.6	Limitaciones de la investigación6				
	CAPÍTULO II				
	MARCO TEÓRICO				
2.1	Antecedentes de estudio				
	2.1.1 Internacionales				
	2.1.2 Nacionales				
2.2	Bases teóricas – científicas				
	2.2.1 Las estrategias heurísticas				
	2.2.2 Razonamiento matemático				

2.3	Definición de términos básicos	47
2.4	Formulación de hipótesis	48
	2.4.1 Hipótesis general	48
	2.4.2 Hipótesis específicas	48
2.5	Identificación de variables	48
2.6	Definición operacional de variables e indicadores	49
	CAPÍTULO III	
	METODOLOGÍA Y TÉCNICAS DE INVESTIGACIÓN	
3.1	Tipo de investigación	51
3.2	El nivel de investigación	51
3.3	Métodos de investigación	51
3.4	Diseño de investigación	52
3.5	Población y muestra	53
3.6	Técnicas e instrumentos de recolección de datos	53
3.7	Selección, validación y confiabilidad de los instrumentos de investigación	54
3.8	Técnicas de procesamiento y análisis de datos	59
	3.8.1 Procesamiento de datos	59
	3.8.2 Análisis de datos	59
3.9	Tratamiento estadístico	59
3.10	Orientación ética filosófica y epistémica	60
	CAPÍTULO IV	
	RESULTADOS Y DISCUSIÓN	
4.1	Descripción del trabajo de campo	61
4.2	Presentación, análisis e interpretación de resultados	62
4.3	Prueba estadística	72
4.4	Discusión de resultados	80

CONCLUSIONES

RECOMENDACIONES

RECOMENDACIONES BIBLIOGRAFICAS

ANEXOS

CAPÍTULO I

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Identificación y determinación del problema

La educación matemática es un fenómeno social complicado. Diferentes autores creen que esto está relacionado con los antecedentes y condiciones específicas de su desarrollo. Estos autores plantean la hipótesis de que las habilidades cognitivas avanzadas, generales y laterales se establecen en el intermediario docente, es decir, en la acción del aula, el desarrollo se define aquí como un proceso (razonamiento y argumentación; método y resolución de problemas; comunicación; conexión; desempeño). Y ciertos movimientos horizontales de la tarea se colocan en diferentes niveles de complejidad.

Del mismo modo, como todos sabemos, aprender matemáticas y su importancia para el desarrollo humano es una de las cosas más difíciles. Por tanto, ha sido objeto de numerosas investigaciones por parte de afamados investigadores como Bruno Damore, Maria Isabel Van Dino y Joseph Orlandia. Estuvieron de acuerdo en que entre las diversas dificultades, estaba la dificultad de resolver el problema. Es decir, parte del beneficio de aprender matemáticas es que nos enseña a resolver problemas; es específico al principio, pero esta capacidad se puede extrapolar para resolver cualquier dificultad en la vida diaria.

Esto puede explicar por qué a los humanos a veces les resulta tan difícil enfrentar y resolver diversos problemas: familia, ocupación, etc. No hay duda de que una base importante para resolver problemas es el razonamiento.

Por otro lado, el problema de la enseñanza de las matemáticas ha sido durante mucho tiempo uno de los problemas más relevantes en las tareas docentes. En los últimos años, la gente ha prestado cada vez más atención a la pregunta central tratando de dar respuesta a esta pregunta: ¿Qué se puede hacer para mejorar la enseñanza de las matemáticas? ¿Qué estrategia es mejor para los estudiantes? Muchas preguntas planteadas por profesores, padres y estudiantes también son para comprender mejor el papel de las matemáticas en esta materia.

Por lo tanto, muchos padres en la ciudad de Pasco presionan a los hijos que deben aprender matemáticas para permitirles ingresar a instituciones de educación superior; de manera similar, dejan que sus hijos ingresen a universidades o participen en cursos adicionales para mejorar su aprendizaje de matemáticas, lo que trae un problema, porque las admisiones a la educación superior las vacantes son limitadas, por lo que los estudiantes jóvenes están bajo presión sin tener que calcular el costo adicional de los esfuerzos financieros de los padres.

Las estrategias heurísticas generalmente tratan a los estudiantes como descubridores más que como receptores pasivos de conocimiento. En cierto sentido, los estudiantes deben redescubrir los problemas que pidieron para mejorar su dificultad y tono matemáticos. Se trata de crear un entorno viable en la educación secundaria, buscando y retrocediendo indicadores, fallas y bajos niveles de educación básica.

Entre ellos, brindar a los estudiantes las herramientas necesarias, vincularlos con la educación básica formal, mejorar el nivel matemático promedio

de los estudiantes y apoyarlos para lograr un excelente desempeño académico en el proceso de adaptación al nuevo entorno.

Esto significa que los estudiantes desarrollarán habilidades y habilidades para servir en la vida diaria. Por eso, es necesario encontrar formas de romper con esta noción preconcebida, y está profundamente arraigada en nuestra sociedad, es fácil causar obstáculos a los estudiantes, es decir, las matemáticas deben no deben ser aburridas, abstractas, inútiles, inhumanas y muy difíciles para el estudiante.

Teniendo en cuenta los problemas que los estudiantes enfrentan todos los días en el desarrollo de las matemáticas, el plan de estudios debe utilizar estrategias heurísticas para ayudar a resolver este problema.

Por tanto, el enfoque de esta investigación es mejorar los métodos de razonamiento matemático de los estudiantes de quinto grado de la institución educativa Daniel Alcides Carrión durante la pandemia de 2021, contribuyendo así a superar algunas de las limitaciones que dificultan el aprendizaje de contenidos matemáticos.

1.2 Delimitación de la investigación

Este trabajo de investigación se realizó en colaboración con estudiantes de quinto grado de secundaria de la emblemática institución educativa de Daniel Alcides Carrión, a 4.300 metros sobre el nivel del mar. El clima diurno fluctúa entre 8 y 16 grados centígrados.

Este trabajo de investigación se enfoca en la educación matemática y tiene como objetivo introducir estrategias heurísticas para ayudar a los estudiantes de secundaria a mejorar sus habilidades en el razonamiento numérico, álgebra y razonamiento geométrico.

1.3 Formulación del problema

1.3.1 Problema general

¿Cómo influye las estrategias heurísticas en el desarrollo del razonamiento matemática en tiempos de pandemia en los estudiantes de quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco - 2021?

1.3.2 Problemas específicos

- ¿Cómo las estrategias heurísticas influyen en el razonamiento numérico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco - 2021?
- ¿Cómo las estrategias heurísticas influyen en el razonamiento algebraico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco - 2021?
- ¿Cómo las estrategias heurísticas influyen en el razonamiento geométrico durante pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco - 2021?

1.4 Formulación de objetivos

1.4.1 Objetivo general

Determinar la influencia de las estrategias heurísticas en el desarrollo del razonamiento matemático en tiempos de pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.

1.4.2 Objetivos específicos

Determinar las estrategias heurísticas que influyen en el razonamiento numérico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.

- Determinar las estrategias heurísticas que influyen en el razonamiento algebraico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.
- Determinar las estrategias heurísticas que influyen en el razonamiento geométrico durante pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.

1.5 Justificación de la investigación

Cuando la educación peruana estaba en problemas debido a la pandemia COVID-19, docentes y estudiantes buscaban algunas estrategias para mejorar el desarrollo del razonamiento matemático, por lo que esta investigación ganó relevancia profesional, académica y social en el campo educativo por las siguientes razones:

Justificación teórica

Esta investigación permite comprender las diferentes teorías que abordan la realidad de la educación matemática durante la pandemia, así como los requerimientos de las nuevas teorías en educación y pedagogía matemática, especialmente las estrategias heurísticas y el razonamiento matemático, que pueden ayudar a mejorar la educación matemática existente.

Justificación práctica

Esta investigación busca aplicar diferentes estrategias heurísticas como métodos para mejorar la enseñanza de las matemáticas en educación básica, es decir, los estudiantes encuentran que han resuelto el razonamiento matemático, el álgebra y las habilidades geométricas en su aprendizaje de las matemáticas. Y

donde el alumno haya mejorado su rendimiento académico para que pueda estar preparado para afrontar los problemas que le han surgido en su vida.

Justificación metodológica

En la investigación se han desarrollado estrategias heurísticas para ayudar a los estudiantes a mejorar el desarrollo de diferentes problemas relacionados con el razonamiento numérico, algebraico y geométrico con el fin de obtener los resultados necesarios, a fin de brindar a los docentes y estudiantes un buen desempeño académico y posterior desarrollo durante su formación. Quédate. Como buen ciudadano, ayude a buscar la calidad de vida de su población, y será incluido como nuevo ciudadano en el futuro.

1.6 Limitaciones de la investigación

Cuando inicié mi labor investigadora a nivel de posgrado, seguí descubriendo una realidad académica con muchas lagunas, lo más importante la falta de una bibliografía actualizada para comparar nuestras variables de investigación, porque nos encontramos en una pandemia en nuestro país, por lo que se puede ser comparado con otras teorías científicas que se pueden encontrar en el primer texto fuente.

Otra restricción que aún existe es que la autoridad competente visita instituciones educativas, recolecta información de primera mano, y algunas escuelas de posgrado que nos brindan cartas de presentación para superar estos obstáculos que surgieron durante la investigación.

Dado que no existe una organización estatal o privada que apoye la investigación educativa, la investigación se autofinancia con los recursos financieros de los investigadores, por lo que la investigación no se puede completar según lo planeado.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de estudio

2.1.1 Internacionales

Álvarez, Alonso y Gorina (2017) en artículo de la Universidad de Oriente, Cuba. Que lleva por título "Dinámica del razonamiento inductivo en la resolución de problemas matemáticos. Las sugerencias de enseñanza "están diseñadas para guiar a los profesores a organizar y desarrollar el proceso de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. El enfoque de esta estrategia es desarrollar habilidades que puedan mejorar el razonamiento inductivo de los estudiantes. Se basa en el modelado de la dinámica del razonamiento inductivo, y se basa en Basado en el enfoque inductivo y el proceso sistémico de inducción, estos dos procesos están estrechamente relacionados e incluyen el razonamiento deductivo. Cabe señalar que esta estrategia ha logrado buenos resultados en la práctica docente de la Licenciatura en Matemáticas en la Universidad Oriental en 2010. Demuestra que en el proceso de resolución de problemas matemáticos se ha avanzado en el aprendizaje del razonamiento inductivo, lo que ha favorecido el desarrollo de los recursos intelectuales, así como el crecimiento del interés y la

motivación por las matemáticas y la resolución de este problema científico, concluyendo que a partir de 2010, la implantación de esta estrategia en la carrera de Licenciatura en Matemáticas ha mostrado buenos resultados.

Urquizo (2017). El objetivo de la investigación fue comprobar que la aplicación del plan estratégico de enseñanza cognitiva afectará el desarrollo del razonamiento matemático en los alumnos de tercer grado de Bachillerato de la Consejería de Educación de "Santa Mariana de Jesús". Realizó un estudio cuasiexperimental en el que participaron dos grupos. Un grupo de 33 estudiantes constituyó un grupo de control, y otro grupo de 43 estudiantes constituyó un grupo cuasi-experimental; se utilizaron estrategias cognitivas como aritmética mental, resolución de problemas y creación de problemas. Estrategias utilizadas. Se aplicó la prueba de razonamiento matemático. Se establecen una hipótesis general y 4 hipótesis específicas. Todas las hipótesis se han sometido a pruebas t de muestras independientes, lo que indica que las estrategias utilizadas han mejorado el desarrollo de los niveles de razonamiento matemático numérico, algebraico, lógico e inductivo. S alcanzó el 61%, en comparación con el 45% en el grupo de control. Se recomienda que las estrategias propuestas en este estudio sirvan para fortalecer el razonamiento matemático de los estudiantes como un proceso integral en su trabajo diario, más que como una actividad extra al final de la vida del estudiante, y para ser incluido en la base y alta. del futuro. Profesor de matemáticas de la escuela.

Ordoñez (2017). El propósito de la investigación es demostrar que la aplicación de métodos heurísticos en el proceso de enseñanza cultiva la capacidad investigativa de los estudiantes en la etapa de investigación formativa, para cultivar las carreras de contabilidad y auditoría de los estudiantes en los departamentos administrativos de las universidades privadas. La ciudad de Santiago de Guayaquil. Aplicar metodología basada en heurística al grupo

experimental. El grupo de control utilizó métodos y estrategias tradicionales. Hay 90 estudiantes en el grupo experimental y 95 estudiantes en el grupo de control. El programa incluye exámenes de ingreso para los estudiantes del grupo experimental y del grupo de control. Al final de la intervención, se evaluó la abstinencia de los dos grupos. Las pruebas de entrada y salida se evalúan utilizando hojas de trabajo y medidores. También hubo 5 maestros de grado que participaron en la encuesta que recibieron un cuestionario para determinar las habilidades de investigación de los estudiantes en ese grado y 20 estudiantes de grado recibieron un cuestionario para determinar la aplicación de las actividades de investigación del maestro. Los resultados muestran que las puntuaciones antes y después de aplicar el método heurístico son muy diferentes, y esta diferencia no es accidental. Las respuestas al cuestionario indicaron que ni los estudiantes ni los profesores tenían habilidades de investigación, ni desarrollaron habilidades de investigación a través de actividades. Los resultados nos permiten aceptar el supuesto de que la aplicación de heurísticas es un factor que contribuye significativamente al desarrollo de las habilidades investigativas. Se recomienda aplicar estrategias de métodos de replicación y buscar actividades que conduzcan a operaciones heurísticas.

Medina y Pérez (2021). El artículo involucra una investigación para determinar la influencia de las estrategias heurísticas en el aprendizaje de matemáticas de los estudiantes de secundaria. Propone un método cuantitativo y un diseño de correlación causal. Se desarrolló en 85 estudiantes que utilizaron encuestas por cuestionario y pruebas objetivas para determinar el nivel de estas dos variables. Investigar, organizar, sistematizar y analizar información de acuerdo con los planes y acciones de los estudiantes, comprender y explicar el mundo que los rodea y utilizar métodos para resolver diferentes situaciones. En estos hallazgos se obtuvo un Rho Spearman de 0.915 **, lo que significa una

correlación positiva muy alta y un Kendall Tau-b alto de 0.847. La conclusión es que las estrategias heurísticas ayudan a encontrar soluciones a problemas en el aprendizaje de las matemáticas, lo que lleva a una toma de decisiones precisa y a la adopción de métodos que invitan a la reflexión. Finalmente, este artículo promueve el aprendizaje de las matemáticas a través de estrategias heurísticas, contribuyendo así a la ciencia.

2.1.2 Nacionales

Medina (2021). El propósito de su investigación fue determinar el impacto de las estrategias heurísticas en el aprendizaje de matemáticas de los estudiantes de secundaria. Propone un método cuantitativo y un diseño de correlación causal. Se desarrolló en 85 estudiantes que utilizaron cuestionarios y pruebas objetivas para determinar el nivel de estas dos variables. Investigar, organizar, sistematizar y analizar información de acuerdo con los planes y acciones de los estudiantes, comprender y explicar el mundo que los rodea y utilizar métodos para resolver diferentes situaciones. En estos hallazgos se obtuvo un Rho Spearman de 0.915 ***, lo que significa una correlación positiva muy alta y un Kendall Tau-b alto de 0.847. La conclusión es que las estrategias heurísticas ayudan a encontrar soluciones a los problemas de aprendizaje de las matemáticas, lo que lleva a una toma de decisiones precisa y a la adopción de métodos que invitan a la reflexión. Finalmente, este artículo promueve el aprendizaje de las matemáticas a través de estrategias heurísticas, contribuyendo así a la ciencia.

Tejeda (2017). La pregunta que surge de esta investigación es: ¿Cómo afectan las estrategias heurísticas y el ambiente escolar al aprendizaje matemático de los estudiantes de primer año de secundaria de la Red 2 de la UGEL 03-2015? El objetivo general es determinar la influencia de las estrategias heurísticas y el entorno escolar en el aprendizaje de matemáticas de los

estudiantes de primer año de la Red 2 de la UGEL 03-2015. El tipo de investigación es una base descriptiva, no un diseño experimental La investigación es una investigación descriptiva relacionada con la causa y el efecto, y el método es cuantitativo. La muestra es probabilística y está compuesta por 251 estudiantes de instituciones educativas del distrito Cercado de Lima. La tecnología utilizada es una encuesta y la herramienta de recolección de datos es un cuestionario aplicado a los estudiantes. Para la eficacia de la herramienta, utilice el juicio de expertos. Para la fiabilidad de la herramienta, utilice el coeficiente de correlación de Spearman, que es positivo para variables como estrategias heurísticas, entorno escolar y aprendizaje de matemáticas. Esta investigación concluye: UGEL 03-2015 Red 2 Existe una alta correlación positiva entre las estrategias heurísticas en el aprendizaje de las matemáticas de los estudiantes de primer año de secundaria y el entorno escolar.

Soto. (2019). En su investigadora, el título es "Estrategias Metodológicas Heurísticas para Mejorar el Rendimiento Académico en Matemáticas I. Entre los estudiantes de la carrera de Matemáticas, de la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional de Santiago Antunes de Maiolo". En el proceso de investigación, observé que el nivel de desempeño académico de Matemática I se manifiesta en la falta de capacidad de razonamiento lógico en la expresión de funciones matemáticas y su aplicación en modelos matemáticos. Esto se relaciona con el perfeccionamiento de la profesionalidad, comprensión y perfeccionamiento de las matemáticas. aplicación de las matemáticas. El símbolo del proceso de aprendizaje, que es provocado por el manejo inadecuado de métodos y estrategias en el proceso de enseñanza, se manifiesta en la falta de motivación y deseo de los estudiantes en el aprendizaje de la asignatura. La investigación tiene como objetivo diseñar métodos y estrategias heurísticas para mejorar el rendimiento académico de las asignaturas de Matemática I de los

estudiantes de la carrera de Matemática de la Facultad de Ciencias de la Universidad de Santiago Antunez de Maiolo, Varaz. La hipótesis planteada es: el diseño de la estrategia del método heurístico, basado en la teoría del proceso de conciencia, puede mejorar el desempeño académico de los estudiantes en Matemática I, carrera profesional matemática y asignaturas de la UNASAM. En el proceso de encuesta para determinar el nivel de desempeño académico de las asignaturas involucradas, se realizó una evaluación preliminar, determinando así las necesidades de aprendizaje de los estudiantes en el grupo de estudio, y así formular las recomendaciones de la ruta de investigación a partir del método de propuesta.

2.2 Bases teóricas - científicas

2.2.1 Las estrategias heurísticas

Al igual que otras ciencias, recurren cada vez más a las matemáticas para describir los fenómenos que estudian. En la enseñanza de las matemáticas, el aprendizaje no debe detenerse en la teoría, la repetición o solo en la comprensión de formas geométricas o fórmulas que carecen de significado. Estos procesos no llevarán a las personas a generar problemas, obtener modelos e identificar relaciones y estructuras. De esta manera, al analizar la realidad Esto conducirá a la aplicación del conocimiento científico en un contexto dado, por lo que a continuación se analizan diferentes conceptos y teorías.

2.2.1.1 Conceptualización del método heurístico.

El mundo puro de resolución de problemas en el que colocamos este trabajo es el campo de la investigación heurística. "Heurístico" proviene del verbo griego euriskô, y también proviene del famoso Eureka del legendario Arquímedes, que significa "encontrar". El conciso diccionario heurístico de Polia en el centro de su primer libro de resolución

de problemas (Polya, 1945) contiene una entrada sólida y dice que "heurística o ars inveniendi se llama una rama del conocimiento, vaga, perteneciente a la lógica o la filosofía o la psicología, a menudo descrita, rara vez se presenta en detalle, casi se olvida hoy. El propósito de la heurística es estudiar los métodos y las reglas del descubrimiento y la invención ", agregó, y su libro intenta ser formas más modernas y modestas de revivir la heurística". palabra "heurística moderna" en el diccionario. Entre ellos, Polya restringe el objetivo de la heurística a "comprender el proceso de resolución de problemas, especialmente las operaciones psicológicas que a menudo son útiles en el proceso. "Procese las declaraciones e invenciones descubiertas y determine cuáles son sus problemas. Y sus reglas.

Para Matías., P. (1954):

La palabra heurística se deriva del griego εὐρίσκειν, que significa "descubrimiento" e "invención". Como método de enseñanza, incluye guiar a los estudiantes a resolver problemas relacionados con la verdad. Los estudiantes adoptan la actitud de descubridores; guía del maestro (esta afirmación refuerza aún más el deseo de aplicar métodos heurísticos en las actividades de enseñanza en cualquier materia. (p. 8).

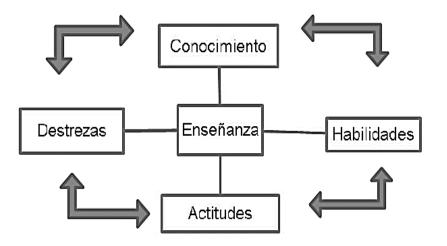
Peralta (2000) define el método heurístico como la actividad del alumno en el proceso de aprendizaje; obviamente, la actividad mental, pero en algún nivel, puede ser solo manipulación. De esta forma, el alumno se convierte en sujeto activo, eje del proceso, y la labor del docente es despertar interés (inspirar) y orientar sus actividades. Del mismo modo, los profesores siempre deben acompañar a los estudiantes, ayudarlos a resolver sus errores y utilizarlos para iniciar estrategias intelectuales, permitiendo que los estudiantes descubran los conceptos y las soluciones a los problemas por sí mismos.

En matemáticas, el concepto positivo del origen de esta idea es obvio. Entonces, por ejemplo, la geometría (en el sentido de Klein) ya no es el estudio de ciertas figuras, sino el estudio de las propiedades de ciertos tipos de transformaciones reales que permanecen inalteradas. El álgebra se ocupa de las estructuras relacionadas con las operaciones: no estudia los elementos de un conjunto, sino que estudia las operaciones entre un conjunto de valores dados.

Sin embargo, la enseñanza de cualquier materia requiere de múltiples objetivos de aprendizaje, que permitan al alumno adquirir conocimientos relacionados con diversos fenómenos, desarrollar habilidades para afrontar estos fenómenos y formar determinadas actitudes, como la perseverancia, la autoconciencia, la organización, etc. Los resultados de las actividades docentes relacionadas con estos objetivos proporcionan a los estudiantes conocimientos, habilidades, actitudes y habilidades que se influyen entre sí y, por lo tanto, están interrelacionados, como se muestra en la figura siguiente.

Figura 1

Actitudes Heurísticas



Según Huerta (2005), existe otra técnica relacionada con la heurística denominada heurística UVE, (como se citó en Nóvak y Gowin 1986: p. 776):

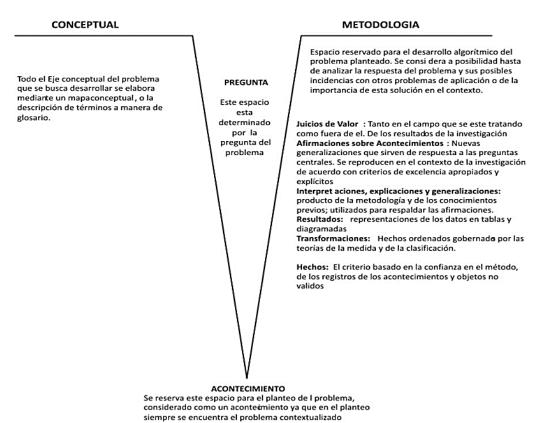
El algoritmo heurístico de UVE se utiliza para ayudarlo a resolver problemas o comprender programas. Esta tecnología fue desarrollada

para ayudar a los estudiantes y maestros a aclarar la naturaleza y los objetivos del trabajo de laboratorio científico. Aunque actualmente es muy útil en todas las áreas del conocimiento. Es útil porque puede ayudar a las personas a comprender la estructura y el proceso de construcción del conocimiento, en resumen, aprender a aprender.. (pp. 120-121).

La uve Heurística de Bob Gowin tiene la siguiente estructura:

Figura 2

Uve heurística



Para Huerta (2005) "en el proceso de aplicación de la heurística, la pregunta central debe permitir a los estudiantes enfocarse en diferentes aspectos del problema o condiciones objetivas observables" (p. 98).

Por otro lado, es obvio que los niños o adolescentes tienen una curiosidad innata, por lo que se simplifica el problema para poder orientar este interés y obtener los estímulos adecuados para promover el desarrollo de la investigación en la dirección deseada.

Fortea (2003) Describe el método heurístico que otorga al alumno gran parte del protagonismo en el proceso de enseñanza, pues debe ser la persona quien encuentre la solución al problema a través de la investigación y la experimentación. Los profesores actúan como guías o mentores, haciendo preguntas, sugiriendo métodos, proporcionando materiales y comparando soluciones. De esta manera, se puede alentar a los estudiantes a tener un sentido de responsabilidad e iniciativa, pero también puede hacer que solo consideren sus temas favoritos y no se interesen por otros temas importantes.

Concluyo que la heurística es el estudio de patrones de comportamiento en la resolución de problemas y métodos que son irrelevantes para el contenido utilizado en el proceso de resolución de problemas, y no hay garantía de que se obtengan soluciones, por lo que seremos calificados como tales. modelos y métodos. "Heurística". Por lo tanto, esta característica apareció inicialmente de manera negativa: lo que le hizo fue que dejaría de lado elementos que intervenían en el proceso de resolución de problemas, como soluciones, algoritmos o rutinas, y no solo se sabía que causaba el problema. elementos de la solución, sino los elementos utilizados por los solucionadores que pueden considerarse expertos en el dominio para resolver problemas en un dominio dado. Pero simplemente se están dejando a un lado para que dominen el comportamiento de estos expertos y no oculten otros factores, que siempre están presentes en el proceso de resolución de problemas.

Mientras el problema no sea solo un problema, su papel es crucial. importante. El solucionador aplica el problema, o el solucionador no tiene la intención de simplemente resolver el problema para deshacerse del problema, sino que busca aumentar su conocimiento matemático resolviendo el problema.

2.2.1.2 El docente frente al método heurístico

Ortiz (2002) Se menciona que este método tiene como objetivo cultivar un cierto grado de autonomía de los estudiantes en el proceso de búsqueda de soluciones a los problemas que se presenten. A través del diálogo direccional, los maestros deben crear situaciones problemáticas en el aula, permitir que los estudiantes comprendan y analicen situaciones a través de problemas y guiarlos para que piensen en posibles formas de resolver estas situaciones. En el proceso de diálogo, el docente debe hacer preguntas de acuerdo con el propósito establecido, para no perder el rumbo que espera darle al proceso. El uso de este método es obviamente beneficioso para la interacción entre estudiantes y profesores, fomenta el debate y los intercambios estándar. Los docentes deben desarrollar la capacidad de hacer preguntas claras para lograr que los estudiantes comprendan lo que quieren; no hay respuestas obvias para que los estudiantes reflexionen y analicen; y tienen una secuencia lógica y dificultad para que el proceso se desarrolle gradualmente.

2.2.1.3 La actividad investigadora en la heurística

El proceso heurístico está directamente relacionado con las habilidades investigativas, porque se deben considerar estos dos temas y se debe determinar el mismo objeto El proceso de investigación muestra que existe una relación directa entre la aplicación de métodos heurísticos y las habilidades investigativas.

Las actividades de investigación que aparecen en el proceso de investigación son señaladas por Bransford y Stein (1984) a través de métodos heurísticos, "métodos heurísticos y demuestran que se basa en reglas empíricas para resolver problemas". Este proceso consta de cinco pasos, tales como: problema , definición y presentación del problema, Explorar estrategias factibles, avanzar estrategias e implementar soluciones, reevaluar las actividades realizadas en el proceso, como lo ilustra la figura 3.

P Identificar Definir Planea
O Problema
C
E
S Solución Avanzar Explorar
O Estrategia

Figura 3. Proceso de Actividades de Investigación

Un método heurístico ayuda a resolver el problema porque su análisis puede basarse en la experiencia previa del problema que se ha planteado en diferentes situaciones y momentos, lo que permite utilizar diferentes métodos para resolver el problema. La generalidad presentada por los métodos heurísticos puede variar, porque algunos pueden ser muy generales, mientras que otros son muy específicos; está determinada por el conocimiento en un dominio particular.

El método heurístico parte de la etapa de observación de la realidad para identificar el problema y comprender la definición y

representación del problema en los términos o variables más simples, de manera que se pueda investigar y diseñar la estrategia de solución.

Las estrategias heurísticas también son conocidas como recursos que facilitan la organización del proceso de resolución de problemas, estas estrategias permiten diferentes formas de encontrar soluciones a los problemas.

Para usar métodos heurísticos para resolver problemas, debe considerar varios aspectos importantes, como comprender el problema. Para esto, primero debe organizar la información y leer el problema varias veces para establecer los datos más importantes, debe pagar mucha atención a eso.

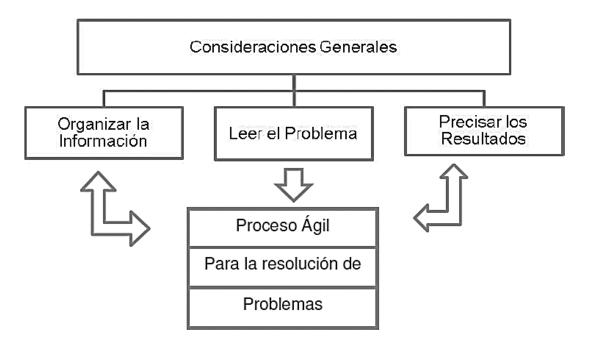
El proceso de resolución de problemas a través de métodos heurísticos permite concretar los resultados de interés real, para mejorar la agilidad del proceso es necesario agrupar los datos por naturaleza, relación, complejidad u otros aspectos que el sujeto considere importantes. También vale la pena enfatizar en el desarrollo Mapa conceptual o diagrama de flujo para visualizar la importancia de los detalles del problema.

De acuerdo a lo expuesto por Prado, A. (2013). "hay que tener presente que las estrategias permiten realizar reflexiones, fundamentadas en el conocimiento previo, en el análisis de los resultados que van apareciendo durante el proceso de resolución de problemas".

Para utilizar métodos heurísticos para resolver problemas, debe considerar varios aspectos importantes, como comprender el problema. Para esto, primero debe organizar la información y leer el problema varias veces para establecer los datos más importantes. Requiere su mayor atención, según Figura 4.

Figura 4.

Aspectos a considerar para la Resolución de problemas mediante el Método Heurístico.



El proceso de resolución de problemas a través de métodos heurísticos permite concretar los resultados de interés real, para mejorar la agilidad del proceso es necesario agrupar los datos por naturaleza, relación, complejidad u otros aspectos que el sujeto considere importantes. También vale la pena enfatizar el desarrollo de un mapa conceptual o diagrama de flujo para visualizar la importancia de los detalles del problema.

Según Prado, A. (2013). "La visualización del problema ayuda a trazar un plan que permite decidir qué actividades se realizarán en la búsqueda de una solución al problema y considerar qué datos son innecesarios".

Se puede decir que la capacidad de inspirar es inherente al ser humano, porque todos los días, los individuos se enfrentan a la necesidad de resolver diversos problemas. Por ello, es necesario utilizar métodos heurísticos, que se basan en conocimientos previos y experiencias pasadas, guiar el proceso de resolución de problemas a través de la referencia, teniendo en cuenta los

aspectos cognitivos que sustentan el proceso de resolución, afrontando problemas cotidianos, internos y externos. aulas externas.

2.2.1.4 Procesos algorítmicos y heurístico en la matemática

Un proceso compuesto por una serie de operaciones relativamente básicas se denomina proceso de algoritmo, estas operaciones se ejecutan de manera regular y uniforme de acuerdo con condiciones definidas para resolver todos los problemas de cierto tipo. El algoritmo es determinar la prescripción para estas operaciones. Un proceso compuesto por una serie de operaciones no básicas u operaciones básicas que no se realizan de manera regular o uniforme en las mismas condiciones es un proceso heurístico. El proceso heurístico también es una receta. Explicó algunas estrategias heurísticas.

Estrategia de ensayo y error.

La estrategia pasa por seleccionar el resultado de la operación y aplicar lo que nos dice la oración hasta lograr el objetivo. Si la respuesta es no, es decir, si obtiene un error de la prueba, repita el proceso con otros números hasta llegar a la meta o indicar que no se puede resolver. Las pruebas que se han realizado deben ser consideradas durante todo el proceso.

Problemas resueltos

El producto de dos números naturales consecutivos es 179352.
 Determinado cuáles son dichos números

Planteamiento y resolución

Sin recurrir a planteamiento algebraico, se observa que sus dos números naturales al ser consecutivos son casi iguales y 179352, se puede ser son

casi un cuadrado perfecto. Por lo tanto, la raíz cuadrada de 179352 será un número que está cerca de los 2 números buscados.

Con la calculadora determinamos este problema y otro más rápido que utilizando el planeamiento algebraico.

$$\sqrt{179352} = 423,4997$$

Probamos con los números 423 y 424

$$(423)$$
 $(424) = 179352$

Los números buscados son 423 y 424

2. Un libro se abre al azar. El producto de los números de las 2 páginas donde se abrió es 3192. ¿Cuáles son los números de las páginas en qué se abrió el libro?

Planteamiento y resolución

Aquí presentaron algunas maneras de resolver este problema

 a) Por aproximación sucesivas. Es decir, se intenta establecer un rango que contenga la solución.

Por ejemplo, al observar que $50 \times 50 = 2500 \text{ y } 60 \times 50 = 3000$, Determina que las respuestas se ubican entre los 50.

Si $54 \times 55 = 2978 \text{ y } 55 \times 56 = 3080$, se eliminan porque estos productos contienen ceros.

El producto 56 x 57 = 3192 es correcto, entonces las páginas son 56 y 57.

Eligiendo la Incógnita

En problemas en los que no conocemos más de una cantidad, medida o número, la elección adecuada de la incógnita nos permite proponer una ecuación más sencilla.

Problemas resueltos

 La suma de los cuadrados de 3 números consecutivos es 149. ¿Cuáles son esos números?

Planteamiento y resolución

Vamos a resolver el problema de 2 formas

Los números se expresan por: x, x + 1, x + 3



Entonces se tiene: $x^2 + (x+1)^2 + (x+2)^2 = 149$

Resolviendo se tiene que: $3x^2 + 6x + 5 = 149$

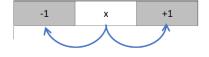
$$3x^2 + 6x - 144 = 0$$

Dividiendo por 3 la ecuación anterior: $x^2 + 2x - 48 = 0$

Factorizando se tiene: (x - 6)(x + 8) = 0

Luego el valor de x = 6 y x = -8, Pero cómo es un numero natural el valor de x = 6, entonces los números busca dos son: 6,7 y 8.

La incógnita es el número intermedio.



Los números se expresan x - 1, x, x + 1

Entonces se tiene $(x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2 = 149$

Resolviendo
$$3x^2 + 2 = 149 \implies x = \pm \sqrt{49} \implies x = \pm 7$$

Cómo se resolvió existen los valores para x, pero cómo se trata de numero natural el resultado de x = 7.

Entonces los números busca dos son 6,7 y 8.

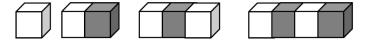
Comprobando:
$$6^2 + 7^2 + 8^2 = 36 + 49 + 64 = 149$$

Buscando la regularización y generalización.

Las oraciones más importantes en matemáticas son las oraciones generales. Por tanto, es importante resumir desde situaciones y casos concretos. Cero, en pocas palabras, es necesario encontrar un patrón en la situación específica que se está considerando.

Problema

 Observamos la siguiente secuencia de cubo si nos fijamos en el número de caras ocultas en cada caso. ¿Qué es regularidad se observa en la secuencia de cubos?,



¿y en las secuencias de las cámaras ocultas?

Planteamiento y solución

Empezamos realizando una Tabla qué relación el número de cubos con el número de caras ocultas.

CUBOS	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N° de caras ocultas	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28

Se observa en la secuencia de carros ocultas que cada vez vamos añadiendo tres el número anterior

- 1 cubo ⇒ 1 cara oculta

- 2 cubos \Rightarrow 1 + 3 caras ocultas

- 3 cubos \Rightarrow 1 + 2 x 3 caras ocultas

- 4 cubos \Rightarrow 1 + 3 x 3 caras ocultas

- ...

- N cubos \Rightarrow 1 + (n-1) 3 caras ocultas

En general, para n cubos tendremos (3n - 2) caras ocultas.

 Observa los fósforos que se necesitan para formar los triángulos completa la tabla:



N°	1	2	3	4	5	6	7	 n	
triángulos									→ Lev de
N° fósforos	3	6	9	12	15	18	21	 3n	formación

Observa los fósforos en qué se necesitan para formar los triángulos, completa la tabla.



N° triángulos	1	2	3	4	 n
N° fósforos	3	6	7	9	 2n+1

→ Ley de formación

Observa los fósforos en qué se necesitan para formar los cuadrados, completa la tabla.



N° cuadrados	1	2	3	4	 n
N° fósforos	4	7	10		 3n+1

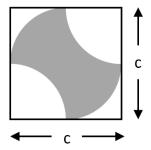
→ Ley de formación

Mediante un gráfico y un razonamiento lógico

Comprender un fenómeno o problema es un proceso, que a veces parte de la obtención de una figura y luego deriva una figura conocida. El último punto se obtiene a través del razonamiento lógico, es decir, utilizando fórmulas relacionadas con los gráficos.

Problema.

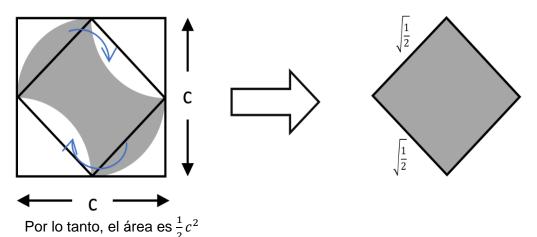
Calcula el área de la zona sombreadas del siguiente gráfico.



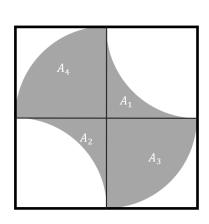
Planteamiento y resolución

Se puede resolver el problema utilizando:

a) Un gráfico.



b) Un razonamiento lógico.



$$A_1 = A_{\blacksquare} - \frac{A_0}{4}$$

$$A_1 = \frac{c^2}{4} - \pi c^2$$

Se observa que $A_1 = A_2$

$$A_3 = \frac{A_O}{4} \Rightarrow A_3 = \pi c^2$$

Se observa que $A_3 = A_4$

Luego,
$$A_{sombreada} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4$$

$$A_{sombreada} = \frac{c^2}{2}$$

2.2.1.5 Estrategias heurísticas para resolver problemas por distintas maneras.

Aquí presentamos las distintas formas de resolver problemas matemáticos que ayudan a los estudiantes a reflexionar que los problemas que se les presentan pueden ser resueltos de varias formas o maneras y así pueden desarrollar una habilidad creativa y seguir buscando formas que ayuden explicar la forma más sencilla que pueden entender.

Problema

Los esquemas mostrados en el gráfico (a) constan de 1, 5, 13 y 25 cuadrados unitarios que no se traslapan o superponen. Si se continua con este patrón, ¿Cuántos cuadrados unitarios habrá para el esquema 2008?

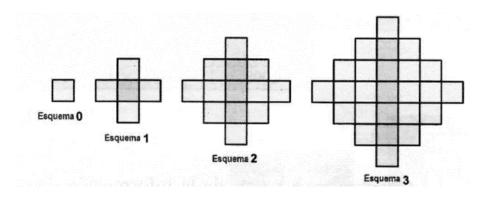
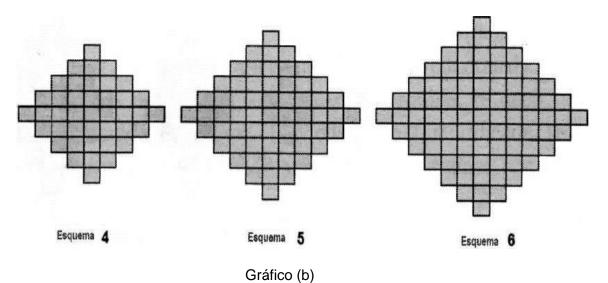


Gráfico (a)

Solución 1

Dibujamos el esquema 4, 5 y 6 para contar los cuadrados unitarios que forman a cada uno de ellos, observa el gráfico (b)



Resumimos la información obtenida del gráfico (a) en el cuadro

N° de esquemas	Total de cuadrados unitarios
0	1
1	5
2	13
3	25

4	41
5	61
6	85

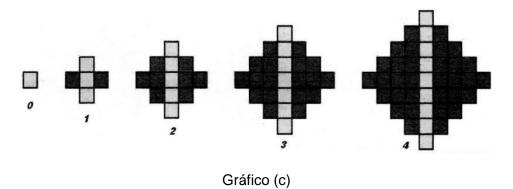
Observa que el cuadro anterior se puede escribir de la siguiente manera

N° de esquemas	Total de cuadrados unitarios
0	1
1	1+(4 . 1) = 5
2	1+(4 . 1) + (4 . 2) = 13
3	1+(4 . 1) + (4 . 2) + (4 . 3) = 25
4	1+(4 . 1) + (4 . 2) + (4 . 3) + (4 . 4) = 41
5	1+(4.1)+(4.2)+(4.3)+(4.4)+(4.5)=61
:	:
2008	1+(4.1)+(4.2)++(4.2008) = 8 068 145

Del cuadro se concluye que el número de cuadrados en el esquema 2008 es 8 068 145 cuadrados.

Solución 2

Para ello dibujamos y utilizamos la simetría en el gráfico de la forma:



Al observar la simetría de cada gráfico, podemos contar los cuadrados en negro y establecer que: El largo del esquema 0 es de 1 cuadrado, del esquema 1 son 3 cuadrados, del esquema 2 son 5 cuadrados, etc.

A partir de ellos podemos establecer, por ejemplos, que el largo del esquema 6 es 2(6) + 1 = 13 y por lo tanto, el esquema 2008 esta formado por 2(2008) + 1 = 4017 cuadrados unitarios. Si usamos lo anterior podemos establecer en el cuadro.

N° de esquemas	Total de cuadrados unitarios
0	1
1	1+3 = 5
2	1+3 + 5 + 3 + 1= 13
3	1+3 + 5 + 7+ 5 + 3 + 1 = 25
4	1+3 + 5 + 7+ 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 41
5	1+3 + 5 + 7+ 9 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3 + 1 = 61
i i	:
2008	1+3 + 5 + ··· + 4017 + ··· + 5 + 3 + 1 = 8 068 145

Por lo tanto, concluimos del cuadro, que el número de cuadrados en el gráfico (c), en 2008 existe 8 068 145 cuadrados unitarios.

Solución 3

Otra manera de resolver el problema es modificar de la siguiente manera. Dibujamos una serie de cuadrados, los cuales se muestra en el gráfico (d).

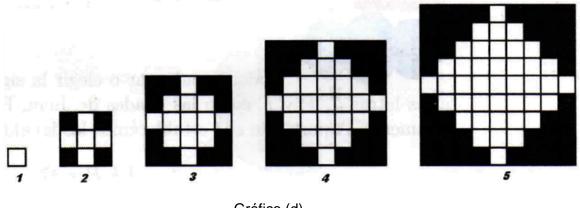


Gráfico (d)

El cuadrado 1 está formado por (1.1) = 1² cuadrados, el cuadrado 2 esta formado por $(3.3) = 3^2$ cuadrados. Para contar el total de cuadrados del gráfico original restamos los cuadrados negros que son 1 en cada esquina, es decir, el cuadrado 1 original está constituido por $3^2 - 4(1)$. En el cuadro 3 modificada se tiene (5.5) =5² cuadrados. Para contar total de los cuadrados original, retamos los cuadrados negros que son 1 + 2 en cada esquina, es decir, el cuadrado 2 original está formada por $5^2 - 4(1+2)$. Por loa cual podemos encontrar un patrón que se expone en el cuadro:

N° de esquemas	Total de cuadrados unitarios
0	$1^2 - 4(0) = 1$
1	$3^2 - 4(1) = 5$
2	$5^2 - 4(1+2) = 13$
3	7 ² - 4(1+2+3) = 25
4	$9^2 - 4(1+2+3+4) = 41$
5	11 ² - 4(1+2+3+4+5) = 61
:	:
2008	4017 ² - 4(1+2+3+··· + 2008) = 8 068 145

A partir de los datos mostrados en el cuadro anterior, concluimos que el número de cuadrados en el gráfico (d) es 8 068 145.

2.2.1.6 Características de la heurística

Como en todo proceso, los métodos de enseñanza, tiene sus propias características, de ahí que:

Sobre la base de la enseñanza de problemas, todos los aspectos de la búsqueda creativa del conocimiento juegan un papel ... Al crear situaciones problemáticas; en las clases de enseñanza de problemas, el maestro presenta las contradicciones en el contenido de una manera fácil de entender, y los estudiantes darse cuenta de que existe un hecho real ... A esto se le llama estado de situación problema, la escuela <descubre> la solución al mundo científico; se prepara para recibir formación intelectual para que puedan conducir el razonamiento dialéctico científico y afrontar nuevos problemas (Sevilla, E. 2003).

2.2.2 Razonamiento matemático

El razonamiento se entiende como la capacidad de los seres humanos para resolver problemas, sacar conclusiones y aprender conscientemente de los hechos, y establecer las necesarias conexiones causales y lógicas entre ellos. El término inferencia tiene distintas definiciones según el contexto, generalmente se refiere a un conjunto de actividades mentales, incluyendo la conexión de ciertas ideas con otras ideas según ciertas reglas, pudiendo también referirse al estudio de procesos. A grandes rasgos, se entiende por razonamiento la capacidad del ser humano para resolver problemas. El resultado de la actividad mental del razonamiento también se llama razonamiento, es decir, un conjunto de proposiciones conectadas entre sí para apoyar o probar una idea.

La inferencia se refiere al uso de la comprensión para pasar de una proposición. El razonamiento matemático es un hábito psicológico, por lo que debe cultivarse mediante el uso continuo del razonamiento y el pensamiento analítico, es decir, debe buscar conjeturas, patrones y leyes en diversos contextos (reales o hipotéticos).

Es un proceso de discurso, sujeto a reglas o preceptos, desarrollado en dos o tres pasos para lograr el propósito de obtener una proposición, de la cual se puede saber con absoluta certeza si es verdadera o falsa. Además, cada razonamiento es independiente de los demás, y las conclusiones obtenidas son absolutamente fiables e invariables. (Ferro, 2008).

2.2.2.1 Conceptualizaciones

Algunas personas piensan que el razonamiento es exclusivo de las matemáticas, pero de hecho el proceso de razonamiento es inherente al pensamiento; te permite ampliar tu comprensión del mundo y trascender la experiencia. (Tapia, 1992, p. 187).

Por otro lado (Pizarro, 1995, p. 6) cree que para dar respuestas correctas o actuar de manera consistente y rentable, es necesario analizar, razonar y juzgar situaciones que pueden volverse diversas y complejas. Para ello "hay que desarrollar nuestras ideas y opiniones, saber defenderlas y discutirlas. También es necesario comprender las sugerencias de otras personas, saber analizarlas y valorarlas. Todo esto daña nuestra capacidad de razonamiento".

Ruiz (2006, p. 21) mencionó: "La inferencia es una operación lógica que parte de uno o más juicios y deriva validez, posibilidad o error de otro juicio diferente". El razonamiento matemático es el razonamiento aplicado a sistemas matemáticos. (Martínez, M. y Guirado, A. (2012)).

En cuanto a la estructura del razonamiento podemos indicar que consiste en las premisas, la conclusión y el nexo lógico entre ellos.

La secuencia lógica desde la premisa hasta la conclusión se llama "razonamiento". El razonamiento es uno de los procesos cognitivos básicos mediante los cuales usamos y aplicamos el conocimiento. Sin la capacidad de razonar, el sistema de procesamiento humano se verá obligado a confiar en un conocimiento específico y preciso de cada situación que encuentre. (Iriarte, Espeleta, Zapata, Cortina, Zambrano y Fernández, 2010, p. 42).

Por tanto, incluso hoy en día, los problemas matemáticos tienen muchas definiciones. En este sentido, para Wheathey y Kantowski (citado de J. Fernández, 2010), en cambio, cuando no sabes qué hacer, te encontrarás encontrando un problema. Para un tema, cuando el tema

sabe Qué Que hacer, pero en principio no sé cómo hacerlo, creo que es el caso y se puede aplicar a más investigaciones.

2.2.2.2 Pensamiento o razonamiento

El pensamiento es sin duda la actividad mental más importante del ser humano, porque puede procesar símbolos, conceptos y utilizarlos en situaciones nuevas y diversas. Para realizar cualquier acción tenemos que pensar en lo que el ser humano desea realizar dicha actividad.

De acuerdo a Castro et. al. (1996, p. 46) el pensamiento matemático es el pensamiento que presenta las siguientes características:

- Es abstracto, estudiando relaciones generales
- Se expresa a través de un lenguaje formal.
- Utiliza axiomas para razonar y utilizar programas lógicos.

Afirman también que la matemática ayuda a desarrollar dos tipos de pensamiento:

- Pensamiento relacional, enfatizando la construcción, descripción
 y clasificación de relaciones.
- Pensamiento instrumental, incluido el cálculo, la aplicación de algoritmos y la resolución de problemas.

Los psicólogos consideran el proceso más que el producto cuando estudian el pensamiento generado por el uso de las matemáticas, que es muy importante en la educación.

También mencionaron la forma en que Dienes clasifica los pensamientos, que clasifica como:

- Pensamiento analítico: donde los individuos utilizan la lógica para formar conceptos.
- Pensamiento constructivo: el sujeto adquiere intuición sobre cosas que aún no se comprenden del todo, y activa la intuición a través del razonamiento lógico, que se desarrolla antes del análisis.

Sobre la importancia del pensamiento matemático en la formación de los estudiantes, Gutiérrez, Martínez y Nebrera (2008, p. 16) señalaron:

El desarrollo del pensamiento matemático permite comprender y describir mejor el entorno con mayor precisión:

- El desarrollo de la visualización (concepto espacial) para mejorar la capacidad de los estudiantes para construir y manipular mentalmente gráficos en plano y espacio, lo cual es útil para el uso de mapas, planificación de rutas, diseño de planos, dibujo, etc.
- A través de esta medida, es posible comprender mejor la realidad y aumentar la posibilidad de interactuar con la realidad y transmitir información cada vez más precisa sobre los aspectos cuantificables del entorno.
- La habilidad de utilizar representaciones gráficas para interpretar información proporciona una herramienta muy valiosa para una mejor comprensión y análisis de la realidad.
- El modelado necesita identificar y seleccionar características relevantes de la situación real, y usar símbolos para indicar y

determinar patrones de comportamiento, regularidades e invariantes, a partir de los cuales se puede predecir la evolución, precisión y limitaciones del modelo.

No cabe duda de que la matemática ha hecho un importante aporte al fortalecimiento del razonamiento, y en el campo de la matemática se refiere al aporte de la matemática. El conocimiento matemático fortalece la capacidad de razonamiento, abstracción, análisis, oposición, decisión, sistematización y resolución de problemas. El desarrollo de estas habilidades a lo largo de la vida escolar permite a los estudiantes comprender lo que significa buscar la verdad y la justicia, y comprender lo que significa vivir en una sociedad democrática, justa y tolerante para actuar de manera ética, recta y honesta. conducta. .Se esfuerza por cultivar alumnos respetuosos y responsables en el aula, consigo mismos, con sus compañeros y sus profesores; en la sociedad, con las personas y el entorno que les rodea.

2.2.2.3 Importancia del razonamiento

La enseñanza y el ejercicio para los alumnos es fundamental, para que los propios alumnos y mediante el uso correcto de los libros de texto, libros de referencia y otros materiales, análisis, comparación, evaluación y conclusiones, por supuesto, sean más sólidos y perdurables en su mente. Y le permitirá aplicar sus conocimientos. Todas estas habilidades que adquirirán los estudiantes pueden ser alcanzadas por ellos mismos dentro del alcance de la capacidad de desarrollo de nuestros profesores y profesores.

Resolver problemas de razonamiento lógico es una forma interesante de pensar. Nuestros alumnos necesitan aprender a trabajar de forma autónoma, aprender a aprender, aprender a pensar, esto es

incuestionable, porque esto les ayudará a conseguir una mejor formación integral.

Rara vez encontramos en los libros de texto que no dependemos tanto del contenido, sino más bien del razonamiento lógico. Sin embargo, es difícil determinar qué tipo de problema es el razonamiento lógico, porque para resolver cualquier problema es necesario realizar el razonamiento. Sin embargo, aún existen algunos problemas que dominan el razonamiento. El contenido matemático es muy básico para ti. la mayoría de los casos A continuación, siempre que tengamos los conocimientos mínimos de aritmética, teoría de números, geometría, etc., siempre que razonemos correctamente, es suficiente para resolver estos problemas.

El deseo de resolver acertijos, descubrir la sabiduría o resolver problemas de razonamiento son características típicas de personas de todas las edades. Desde pequeños nos han apasionado los juegos, los acertijos y los acertijos, lo que a veces nos hace ansiosos por dedicarnos a las matemáticas u otras investigaciones científicas.

Todos ellos han cultivado la capacidad creativa de las personas, su método de razonamiento lógico, y nos han enseñado a hacer preguntas importantes y brindar soluciones.

2.2.2.4 La inteligencia matemática

Campbell, Campbell y Dickenson (2002) definieron la inteligencia matemática lógica como "permitir el cálculo, la medición, la evaluación de proposiciones e hipótesis y realizar operaciones mentales complejas" (página 12). Señalaron que esto se basa en la capacidad:

- Manejar correctamente los números

- Construir la relación entre ellos,
- Utiliza la lógica y el razonamiento.

Además, que incluye varios componentes:

- Calculos matematicos
- Pensamiento lógico
- Resolver el problema
- Razonamiento inductivo y deductivo
- Identificar modelos y relaciones

Todas estas características le permiten resolver problemas de diferentes formas. Según Paniagua y Vega (2006, p. 136), esta inteligencia engloba tres campos amplios e interrelacionados: matemáticas, ciencias y lógica. El aspecto del desarrollo cuando los niños se enfrentan a objetos reales y termina con la comprensión de ideas abstractas, por lo que en este proceso las personas desarrollan la capacidad de discernir patrones lógicos o numéricos y realizar razonamientos de cadena larga. Además, las personas que exhiben esta inteligencia más desarrollada tienen las siguientes características: les gusta experimentar, procesar números, hacer preguntas y explorar patrones y relaciones; son buenos en matemáticas, razonamiento, lógica y resolución de problemas; usan clasificación, clasificación y construcción de modelos Es mejor aprender con las relaciones y haciendo trabajo abstracto; tener la sensibilidad y la capacidad para distinguir, razonar o asociar números, y la capacidad de mantener un razonamiento de cadena larga y establecer relaciones causales.

2.2.2.5 Tipos de razonamiento matemático

Se exponen los diferentes tipos de razonamiento expresados por muchos estudios en el rozamiento matemático.

 Razonamiento inductivo, El proceso racional parte de lo especial y se desarrolla hacia lo general o universal. El punto de partida puede ser completo o incompleto.

Sin embargo, el razonamiento inductivo se puede definir como la capacidad de desarrollar reglas, ideas o conceptos generales a partir de un conjunto específico de ejemplos. (Iriarte et al., 2010, p. 42).

Cattaneo, Lagreca, González y Buschiazzo (2015, p. 32) señalaron que se caracteriza por "conclusiones generales obtenidas a través de observaciones repetidas de ejemplos específicos". Las conclusiones se denominan conjeturas y deben ser probadas por razonamiento deductivo. En este sentido

Puede pensar en el razonamiento inductivo como soporte para el razonamiento deductivo.

Para Mellado y Huerta (2009, p. 4), el razonamiento inductivo "es el desarrollo de reglas, ideas o conceptos generales a partir de un conjunto específico de ejemplos". En términos generales, los problemas que requieren la generalización de datos específicos deben resolverse. En este grupo se considerarán problemas con secuencias, patrones numéricos o gráficos.

 Razonamiento Deductivo, El proceso racional parte de la universalidad, la dirige a la particularidad y saca conclusiones obligatorias de ella.

- Razonamiento analógico, El proceso de racionalidad parte de lo especial y logra lo especial en base a extender las propiedades de algunos atributos comunes a propiedades similares.
- Razonamiento cuantitativo, Relacionado con la capacidad de comparar, comprender y sacar conclusiones sobre la cantidad y la conservación de la cantidad.

El razonamiento se puede clasificar de otra manera. Para esta investigación se han considerado las siguientes clasificaciones:

Razonamiento numérico, Este tipo de razonamiento es uno de los mejor valorados en los exámenes de acceso a la universidad, especialmente en el examen SENESCYT. Por ejemplo, en las instrucciones para realizar el examen de ingreso a la Universidad Indoamericana de Ciencia y Tecnología, se refirió al razonamiento numérico como "la capacidad de comprender las relaciones numéricas y el razonamiento con materiales cuantitativos. Estricto conocimiento aritmético mental y práctica de control" (p.7), que también muestra que este tipo de razonamiento requiere una comprensión conceptual de las relaciones numéricas.

Por otro lado, Riart Vendrell (2011, p.80) la define como "la capacidad de manipular símbolos digitales y la razón a partir de información y relaciones cuantitativas", lo que también demuestra que es muy difícil obtener una buena capacidad de razonamiento digital. no estuvo bien posicionado en series de tiempo y organización espacial en los primeros años. También señaló que

el proceso de cálculo, tan importante en este proceso, debe consolidarse en los primeros años de vida de una persona.

Razonamiento algebraico, Para Godino y Font (2003, p. 774), el razonamiento algebraico "significa expresar, generalizar y formalizar patrones y leyes en cualquier aspecto de las matemáticas". También señalaron que este tipo de razonamiento ayuda a avanzar en el uso del lenguaje y los símbolos necesarios para apoyar y comunicar el pensamiento matemático. Su desarrollo es fundamental para la comprensión de ecuaciones, variables y funciones.

Hernández (2013, p. 2), mencionó que los estudiantes tienen dificultades algunas en el razonamiento algebraico, especialmente las dificultades reflejadas en las fórmulas de ecuaciones y la solución de ecuaciones, las cuales están relacionadas con los hechos que aprenden y recuerdan y algunas de las reglas, a implementar El conjunto de habilidades y destrezas no tiene continuidad lógica o poca conexión con su aprendizaje, y tienen dificultad para comprender y manipular adecuadamente el uso de las letras. También señaló que el concepto de incógnitas es un paso importante en el aprendizaje del álgebra, es un proceso lento y muy largo que requiere dos procesos: generalización y simbolización. Los problemas que se utilizan para evaluar este tipo de razonamiento son aquellos que requieren soluciones desde el lenguaje natural al álgebra o viceversa, y utilizan ecuaciones, ecuaciones y otros métodos de factorización en procesos algebraicos para resolver estos problemas.

es la función principal de la inteligencia humana, es un proceso de distinguir, analizar y globalizar o categorizar la realidad presentada a través de la percepción. Es una forma de pensar en la que partimos de uno o más juicios verdaderos (llamados premisas) y sacamos conclusiones basadas en ciertas reglas de razonamiento. (Barrio de la Puente, 2004, p. 186).

Serna y Flórez (2013, p. 7) demostraron la importancia del razonamiento lógico. Creen que el razonamiento lógico puede ayudar a desarrollar las habilidades de comunicación, porque la forma en que una persona se expresa depende de la comprensión de los demás de la solución descrita. Bien estructurado y sistemático Los argumentos también son buenos para expresar ideas.

Y razonamiento; también mejora la persuasión, porque es necesario aprender a establecer y defender las propias opiniones, y mostrar con firmeza por qué se consideran la mejor opción; al mismo tiempo, dibuja ejemplos concretos a través de la escritura explicativa y demostrativa Los detalles para mejorar las habilidades de escritura. También confirman que la lógica y el razonamiento son necesarios en el proceso mental utilizado para resolver problemas.

2.2.2.6 Soluciones creativas de problemas matemáticos

Para resolver problemas de tipo aritmético o algebraico no siempre se logra con los métodos tradicionales, ya que también es posible hacerlo a través de ideas creativas veamos unos ejemplos donde una buena dosis de ingenio nos ayudara para resolverlos.

Problema

Encuentre el dígito de las unidades de la expresión:

$$9 + 9^2 + 9^3 + 9^4 + \cdots + 9^{2008} + 9^{2009}$$

Solución

Si intentamos obtener el resultado de toda la suma, sería bastante complicado o imposible:

$$9^1 = 9$$
, $9^2 = 81$, $9^3 = 729$, $9^4 = 6561$

$$9^5 = 59\ 049$$
 $9^6 = 531\ 441$...

- a) Se observa que el último dígito de 9^1 , 9^3 , 9^5 ... 9^{2008} es 9
- b) Se observa que el último dígito de 9^2 , 9^4 , $9^6 \cdots 9^{2009}$ es 1

Agrupando
$$(9^1 + 9^2) + (9^3 + 9^4) + (9^{2007} + 9^{2008}) + 9^{2009}$$

El último dígito en cada paréntesis es 9 + 1 = 0 y la de 9^{2009} es 9, es decir:

$$\underbrace{\left(9^1+9^2\right)}_{\text{último dígito es 0}} + \underbrace{\left(9^3+9^4\right)}_{\text{último dígito es 0}} + \cdots + \underbrace{\left(9^{2007}+9^{2008}\right)}_{\text{último dígito es 0}} + \underbrace{9^{2009}}_{\text{último dígito es 9}}$$

Por lo tanto, el último dígito de la suma de $9 + 9^2 + 9^3 + 9^4 + \cdots + 9^{2008} + 9^{2009}$ es 9.

Problema

Si
$$t = \frac{1}{2} \left(x^3 - \frac{1}{3} \right)$$
 con x > 0, ¿a qué es igual $\sqrt{t^2 + 1}$?

Solución

$$t^{2} + 1 = \left[\frac{1}{2}\left(x^{3} - \frac{1}{x^{3}}\right)\right]^{2} + 1$$

$$= \frac{1}{4}\left[x^{6} - 2 + \frac{1}{x^{6}}\right] + 1$$

$$= \frac{1}{4}\left[x^{6} + \frac{1}{x^{6}}\right] - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4}\left[x^{6} + \frac{1}{x^{6}}\right] + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{4}x^{6} + \frac{1}{4x^{6}} + \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}x^{3} + \frac{1}{2x^{3}}\right)^{2}$$

Extraemos la raíz cuadrada a ambos miembros de la igualdad

$$\sqrt{t^2 + 1} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2x^3}\right)^2} = \frac{1}{2}x^3 + \frac{1}{2x^3}$$
$$= \frac{1}{2}\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)$$

Finalmente obtenemos los siguiente

$$\sqrt{t^2 + 1} = \frac{1}{2} \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right)$$

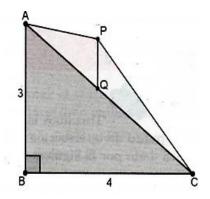
Como se explicó anteriormente, el primer paso para resolver un problema es reunir información, explorar, entender, relacionar, conjeturar y analizar. Al solucionar cuestiones geométricas nos enfrentamos, sin lugar a dudas a nuevos retos y experiencias de aprendizaje a continuación, se propone los problemas.

Problema

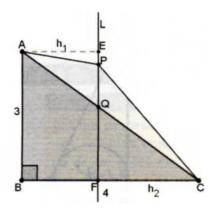
En el triángulo ABC, AB = 3, BC = 4 y \angle ABC = 90°. Un punto Q se encuentra en el segmento AC. Sea P un punto fuera del triángulo ABC, tal que el segmento PQ es paralelo AB y PQ = 1. Halla el área del triángulo APC.

Solución

Dibujamos el triángulo con los datos del problema:



Trazamos la recta L paralela al segmento AB y que pase a través de los puntos P y Q con se tiene en el siguiente gráfico:



Consideramos los triángulos APQ y CPQ en el gráfico anterior y tracemos la altura h₁ y h₂ respectivamente.

Al ver los triángulos APQ y CPQ, se pueden establecer las siguientes expresiones.

$$\label{eq:APC} \acute{\rm Area} \Delta APC = \acute{\rm Area} \; \Delta APQ + \acute{\rm Area} \Delta CPQ = \frac{(PQ)h_1}{2} + \frac{(PQ)h_2}{2}$$

Factorizando se tiene: Área $\Delta APC = \left(\frac{PQ}{2}\right)(h_1 + h_2)$

Como PQ = 1 y BC = $4 = h_1 + h_2$, entonces se deduce que:

ÁreaΔAPC =
$$\left(\frac{PQ}{2}\right)(h_1 + h_2) = \left(\frac{1}{2}\right)(4) = 2$$

Por lo tanto: Área $\triangle APC = 2u^2$.

Problema

Sí la suma de todos los ángulos, excepto uno en un polígono convexo, es 2190º, ¿cuál es el número de lados del polígono?

Solución

Si n es el número de lados del polígono convexo y S_n es la suma de todos sus ángulos, entonces:

$$S_n = 180(n-2)$$

Según las condiciones del problema, establecemos que:

$$180(n-2) - \alpha = 2190$$

$$180n - 360 - \alpha = 2190$$

Despejando n:

$$180n = 2190 + 360 + \alpha$$

$$n = \frac{2550 + \alpha}{180}$$

La expresión se puede escribir:

$$n = \frac{2520}{180} + \frac{30 + \alpha}{180} \qquad n = 14 + \frac{30 + \alpha}{180}$$

Como n es un número entero, basta con definir para qué valor α la fracción siguiente, es también un entero:

$$\frac{30 + \alpha}{180}$$

Dado que el polígono es convexo, entonces $0^{\circ} < \alpha < 180^{\circ}$ y, por lo tanto, $\alpha = 150^{\circ}$ es el único valor para el cual la fracción analizada es correcta.

En efecto, para $\alpha = 150^{\circ}$ se tiene que:

$$n = 14 + \frac{30 + 150}{180} = 14 + \frac{180}{180}$$
$$n = 14 + 1 = 15$$

Por lo tanto, 15 es el número de lados del polígono convexo.

2.3 Definición de términos básicos

Estrategia

Definimos estrategia como un procedimiento dispuesto por los estudiantes para tomar decisiones y / o realizar acciones ante escenarios específicos. Esto, buscando lograr uno o más objetivos de la asignatura de matemáticas.

Heurística

Definimos cómo la actitud del alumno es la actitud del descubridor, más que la del receptor pasivo del conocimiento matemático.

Estrategia heurística

Lo definimos como la operación mental que realizan los estudiantes para resolver problemas matemáticos.

Estrategia de enseñanza

Lo definimos como un conjunto de herramientas o técnicas que se pueden utilizar en educación. Por ejemplo, utilice fragmentos gráficos como mapas conceptuales para construir ideas matemáticas.

Razonamiento

Definimos razonamiento como la capacidad del estudiante para resolver problemas, sacar conclusiones y aprender conscientemente de los hechos, estableciendo las conexiones lógicas y accidentales necesarias entre ellos.

Matemática

La definimos como la ciencia que estudia la naturaleza de los números y las relaciones que se establecen entre ellos.

Razonamiento matemático

Definimos el razonamiento matemático, que conduce al razonamiento formal de manera consciente, permitiendo resolver problemas y relacionar conclusiones.

2.4 Formulación de hipótesis

2.4.1 Hipótesis general

La estrategia heurística influye óptimamente al desarrollo del razonamiento matemático en tiempos de pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.

2.4.2 Hipótesis específicas

- Las estrategias heurísticas influyen positivamente en el razonamiento numérico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.
- Las estrategias heurísticas influyen positivamente en el razonamiento algebraico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.
- Las estrategias heurísticas influyen positivamente en el razonamiento geométrico durante pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.

2.5 Identificación de variables

- Variable independiente: Estrategias heurísticas
- Variable dependiente: Razonamiento matemático en tiempos de pandemia
- Variables Intervinientes: Tiempo, nivel de motivación de las estudiantes, nivel socioeconómico, actitud de las estudiantes hacia la Matemática.

2.6 Definición operacional de variables e indicadores

Tabla 1

Operacionalización de la variable independiente

Variables	Dimensiones	Indicadores	Criterios de evaluación
	Contexto de	- Identifica el	- Plantea problema del
	los problemas	problema del	contexto.
	de desarrollo	contexto.	- Muestra de manera
		- Define el problema	adecuada los problemas
		del contexto	
		- Selecciona las	- Muestra habilidad para
	Identifica las	variables.	identificar las variables.
as	variables	- Discrimina las	- Muestra habilidad para
ırístic		variables.	discriminar las variables.
Estrategias heurísticas		- Sistematiza la	- Muestra habilidad para
ategia		información	sistematizar la
Estra			información.
	Presenta una	- Presenta el	- Muestra la solución del
	solución al	método para la	problema propuesto.
	problema	solución.	- Muestras diferentes
		- Plantea	formar la solución del
		propuestas al	problema.
		problema	
		expuesto.	

Tabla 2Operacionalización de la variable dependiente

Variable	Dimensiones	Indicadores	Instrumento / índice
Razonamiento	Razonamiento	-Manipular símbolos	
matemático	numérico	numéricos	Pre y Pos test
		-Realizar la	
		operación	Bajo: 0 – 25%
		correctamente.	Regular: 26 – 50%
		-La veracidad de la	Bueno: 51 – 75%
		respuesta.	Excelente: 76 –
	Razonamiento	- Facilidad de pasar	100%
	algebraico	del lenguaje formal	
		al algebraico.	
		- Facilidad para	
		comprender el	
		lenguaje algebraico.	
		- Precisión en las	
		respuestas.	
	Razonamiento	- Facilidad de	-
	geométrico	comprender las	
		figuras de un plano.	
		- Facilidad de trazar	
		las figuras	
		geométricas.	
		- Precisión en las	
		respuestas.	

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA Y TÉCNICAS DE INVESTIGACIÓN

3.1 Tipo de investigación

Según Baena (2017), El tipo de investigación es investigación de campo porque se caracteriza por la investigación científica y experimental porque tienen como objetivo descubrir la relación e interacción entre variables, estrategias heurísticas y razonamiento matemático durante la pandemia.

3.2 Nivel de investigación

El nivel a realizar es descriptivo, primero tratar de describir las variables de investigación de forma independiente y luego establecer la relación causal entre las variables de investigación propuestas.

3.3 Métodos de investigación

Los métodos a emplearse durante el proceso de la investigación serán:

Método científico: Siguiendo a M. Bunge (1973), nos permitió plantear preguntas de investigación, proponer hipótesis de investigación, reducir algunas teorías para probar las hipótesis, y luego analizar los resultados de las hipótesis a través de modelos estadísticos, y luego sacar algunas conclusiones.

Método documental y bibliográfico: Se utilizan para revisar comunicaciones y artículos científicos publicados por organizaciones profesionales de la educación, así como para analizar y describir el marco teórico de las variables de investigación consideradas.

Método estadístico: Ayudó a recopilar, organizar, codificar, tabular, presentar, analizar e interpretar datos estadísticos descriptivos durante el proceso de investigación, analizar datos cualitativos y cuantitativos y determinar estos resultados a partir de la muestra de investigación considerada.

Método analítico: a través de este método nos permitió dividir la muestra de investigación en dos grupos, lo que llamamos grupo natural, con experimentos, pero no experimentos, y luego observar sus causas y la influencia de las variables independientes a su vez. Esto nos permite comprender con más detalle en el futuro, como así como describir y explicar lo que sucedió durante el evento del estudio.

3.4 Diseño de investigación

El diseño adoptado es cuasi-experimental, y naturalmente hay dos grupos de pre-test y post-test, los datos cuantitativos y cualitativos se recogen en dos momentos. El propósito es analizar las variables de investigación y verificar la influencia de las variables de investigación en los resultados de la evaluación de los estudiantes de secundaria. Cuyo plan seguirá Echevarría, (2016, p. 86).

t ₁	t_2	t_3	t_4
N G ₁	O ₁	X_1	02
N G ₂	O ₃	X_0	04

 $t_1 - t_4$: Tiempos del experimento

NG₁ : Grupo natural con experimentación.

NG₂ : Grupo natural sin experimentación.

O₁, O₃ : Medición del pretest.

X₁ : Tratamiento experimental (variable independiente)

X₀ : Sin tratamiento experimental

O₂, O₄ : Medición del postest

3.5 Población y muestra

La población de estudio estuvo conformada por 165 estudiantes y alumnas que cursaban el quinto grado de educación secundaria de menores de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión (IE. DAC) en el Distrito Chaupimarca, Provincia de Pasco, Región de Pasco en 2021.

Se incluyen todos los estudiantes que no repiten tel grado de estudio; de igual manera, también se incluyen en ambos géneros; no se incluyen estudiantes que repiten el grado y estudiantes que se trasladan de otras instituciones educativas.

Se considera una muestra no probabilística, que es un tipo de muestra intencional, porque la elección de los elementos no depende de la probabilidad, porque los estudiantes están compuestos por diferentes secciones de la A hasta la sección E; por lo tanto, el grupo experimental es de quinto grado " C " con 26 estudiantes, el grupo de control es el quinto grado" D ", con 28 estudiantes.

3.6 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

La técnica que nos permite ejecutar el informe de investigación y lograr los objetivos propuestos es:

Observación.

La encuesta.

Cuestionario

Documentos y registros

El informe de investigación se apoyo en las siguientes instrumentos para lograr su propósito previsto:

- Libros, para enriquecer el marco teórico de la investigación
- Publicaciones de revistas científicas publicadas en los últimos 5 años.
- Cuestionarios: que serán aplicados a las unidades de estudio.
- Ficha de observación: sirvió para observar el trabajo de las unidades de estudio.
- Ficha de validación de instrumentos que fue aplicado por los expertos.
- Encuestas: que serán aplicados a las unidades de estudio.

3.7 Selección, validación y confiabilidad de los instrumentos de investigación

Para la validación de los diferentes instrumentos utilizados se solicitó a los diferentes Doctores a través de una carta la validación de los instrumentos a fin de dar validez y confiabilidad con el fin de obtener objetividad de los instrumentos elaborados para la investigación.

Validación de la propuesta de investigación.

La propuesta de experimentación de la estrategia heurística para mejorar el razonamiento matemático, fue expuesto a consideración de los siguientes expertos:

Tabla 3.Resultados de valoración de los expertos

EVALUADOD EVDEDTO	GRADO E INSTITUCIÓN QUE	VALORACIÓN
EVALUADOR EXPERTO	LABORA	VIGESIMAL
Dra. Eva Elsa CONDOR Surichaqui	Doctora en Ciencias de la Educación	89%
Dr. Jacinto Alejandro Alejos López	Doctor en Ciencias de la Educación	87%
Dr. Oscar Pujay Cristóbal	Doctor en Ciencias de la Educación	91.%
Dr. Wilmer Guevara Vásquez	Doctor en Ciencias de la Educación	85%
Dr. Rudy Cuevas Cipriano	Doctor en Ciencias de la Educación	88%
_	PROMEDIO	88%

Fuente: Resultados de opinión de los expertos de los instrumentos - 2021.

Como el valor promedio obtenido es de 88% puntos en el cuadro anterior entre los expertos afirmamos que es aceptable porque se encuentra entre la escala de excelente entre los valores considerados de 20 – 17 puntos en el instrumento considerado en el anexo 1; afirmamos que es aceptable la propuesta de experimentación.

Validación de las pruebas de rendimiento

Para verificar la validez del test de razonamiento matemático, se analizó dichas pruebas siguiendo la *perspectiva psicométrica* conocida también como *validez de contenido*, para ello se tuvo las siguientes consideraciones del caso:

- Definimos el universo conductual para evaluar; en este caso se consideró las unidades el razonamiento numérico, algebraico y geométrico.
- Redactamos los reactivos teniendo en cuenta a los objetivos de la investigación.
- Se sometió a la consideración a los docentes que estuvieron a su cargo de la Universidad que laboraron el Centro Pre Universitario de la Región Pasco y luego se solicitó a los expertos para que analizaran a través del instrumento adjuntado en el anexo 1.
- Se elaboró una plantilla para analizar la correlación entre los expertos sobre la opinión de los diferentes ítems de las pruebas de rendimiento, considerando cuatros grados de relevancia de la prueba que se adjunta en el anexo 4.

Tabla 4Resultados de opinión de los expertos del test

ítomo		E	EXPERTOS	3		ACUERDO
ítems _	1	2	3	4	5	PORCENTUAL
01	1	2	1	1	2	71,4 %
02	2	1	1	1	2	71,4 %
03	1	1	1	1	1	57,1 %
04	1	2	1	1	2	71,4 %
05	1	1	2	2	2	85,7 %
06	2	1	2	1	2	71,1 %
07	1	1	1	1	2	71,1 %
08	2	1	1	2	1	57,1 %
09	3	2	2	1	2	85,7 %
10	2	2	1	1	2	85,7 %
11	1	1	1	1	1	85,7 %
12	1	1	1	1	1	100 %
13	1	2	1	1	2	71,4 %
14	3	2	2	1	2	85,7 %
15	2	2	1	1	2	85,7 %
16	1	1	1	1	1	57,1 %
17	1	2	1	1	2	71,4 %
18	1	1	2	2	2	85,7 %
19	2	1	2	1	2	71,1 %
20	1	1	1	1	2	71,1 %

Fuente: Datos obtenidos por el investigador.

El promedio porcentual de la opinión de los expertos del cuadro anterior, respecto a las pruebas de rendimiento es de 75,63 %, lo cual afirmamos que el pre y post tes de razonamiento posee la validez de contenido, es decir, la prueba está estructurado según los contenidos planificados en el razonamiento en aritmética, algebra y geometría.

Para verificar la confiabilidad del test de razonamiento matemático, se aplicó a un grupo de estudiantes en forma aleatoria que no pertenecieron al grupo

experimental y control, el método que se siguió fue la *bipartición*, este método consiste en dividir en dos partes iguales el instrumento, con la finalidad de lograr una mejor igualdad comparativa de ambas partes. Preferimos correlacionar las puntuaciones obtenidas por los examinados en los ítems impares con las puntuaciones obtenidas en los ítems pares.

Para calcular el coeficiente de coherencia interna, seguimos la fórmula propuesta por Guttman1.

$$r=2\left[1-\left(\frac{s_1^2+s_2^2}{s_t^2}\right)\right]$$

donde s_1^2 , s_2^2 y s_t^2 representan, respectivamente las varianzas de puntuación de la primera y segunda mitades del instrumento y del instrumento completo.

Para ello se eligió a 20 estudiantes en forma aleatoria al cual llamamos muestra piloto, luego se aplicó una prueba con 20 ítems con diferentes grados de dificultad con la finalidad de analizar la consistencia interna del instrumento de la intercorrelación si es similar o no, frente a cada uno de los 10 ítems impares y los 10 ítems pares que conforma la prueba (ver anexo No. 1), que se aplicó en una sola oportunidad. Del total de respuestas correctas dadas por cada estudiante de los ítems impares y pares obtenidos en el anexo No. 1, el cual se resumen en la siguiente tabla.

 Tabla 5

 Resultados de la muestra piloto respecto al pre y post test de razonamiento matemático.

No.	Puntuaciones de los	Puntuaciones de los	Puntuaciones	
	ítems impar	ítems par	total	
1	6.0	4.0	10.0	
2	5.5	5.5	11.0	
3	7.5	8.5	16.0	
4	3.0	3.0	6.0	

¹ Brown, F. (1980) *Principios de la medición en psicología y educación*. México: El Manual moderno, p.88.

5	7.5	7.5	15.0
6	5.0	7.0	12.0
7	3.5	4.5	8.0
8	6.0	10.0	16.0
9	3.5	2.5	6.0
10	6.5	8.5	15.0
11	7.5	8.5	16.0
12	7.5	8.5	16.0
13	4.5	4.5	9.0
14	2.5	3.5	6.0
15	7.0	9.0	16.0
16	5.0	6.0	11.0
17	7.5	7.5	15.0
18	5.0	7.5	12.5
19	8.0	8.0	16.0
20	7.0	6.0	13.0
Suma	115.5	130.0	245.5
Promedio	$\bar{x}_1 = 5.775$	$\bar{x}_2 = 6,500$	$\bar{x}_{t} = 12,275$
Varianza	$s_1^2 = 2.934$	$s_2^2 = 4.895$	$s_t^2 = 13.776$

Fuente: Datos obtenidos por el autor en la aplicación de la prueba piloto.

Calculando la consistencia interna mediante Guttman:

$$r = 2\left[1 - \left(\frac{2.934 + 4.895}{13.776}\right)\right] = 2(1 - 0.568) = 0.864$$

Según el valor obtenido, inferimos que el procedimiento utilizado para comprobar la confiabilidad de la prueba de rendimiento (post prueba) aplicado a 20 estudiantes es de 0,864; este valor supera al límite del coeficiente de confiabilidad2 de +0,70; es decir existe una relación fuerte para los propósitos de confiabilidad psicométrica.

.

² Santibáñez, J. (2008) *Manual para la evaluación del aprendizaje estudiantil*. México: Trillas, 162.

3.8 Técnicas de procesamiento y análisis de datos

3.8.1 Procesamiento de datos

- Ordenar datos obtenidos del trabajo de campo
- Codificación de datos obtenidos.
- Conteo de datos del grupo experimental y control.
- Tabulación de datos

3.8.2 Análisis de datos

- Seleccionar recursos digitales para el procesamiento de datos a través de Excel y SPSS.
- Definir herramientas estadísticas
- Desarrollar tablas y gráficos estadísticos

3.9 Tratamiento estadístico

Primero, En este trabajo de investigación, se codificó los datos con la última versión del programa estadístico SPSS 25 y se utilizó para la creación de una base de datos. Se utilizaron técnicas de análisis estadístico descriptivo.

En segundo lugar, para analizar la confiabilidad del instrumento, se utilizó el modelo de Guttman para analizar los ítems recomendados y determinar la normalidad de los datos a obtener, utilizando el modelo estadístico de Shapiro-Wilks, debido a que los datos no superan las 30 unidades de estudio.

En tercer lugar, Para la prueba de hipótesis, la influencia de las variables (independientes) sobre las variables (dependientes), los datos obtenidos son normales, lo cual no permitió aplicar la estadística paramétrica al cual se recurrió al modelo estadístico de *t* de Student; propuesto por Gamarra et al. (2015), tras analizar la normalidad de los datos de prueba antes y después.

3.10 Orientación ética filosófica y epistémica

En esta investigación, declaro que no existe conflicto de intereses, y los resultados y conclusiones obtenidos de diferentes autores mencionados en la investigación son referenciados o citados, las ideas tomadas son analizados con fines educativos con la finalidad de no afectar el derecho de autor.

Asimismo, la identidad de los sujetos de la muestra de investigación se mantendrá en estricta confidencialidad para evitar sesgos en los resultados y así llegar a un buen resultado y que posteriormente sirva para futuras investigaciones dentro del campo educativo.

Asimismo, los datos recabados serán tratados sin realizar operaciones accidentales y / o deliberadas.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1 Descripción del trabajo de campo

El trabajo de campo consistió en las siguientes fases:

La primera fase: Prepare la encuesta, seleccione el escenario de encuesta cuasiexperimental y realice los siguientes pasos:

- Se solicitó la autorización al director del centro educativo por medio de una carta presentación.
- Reseña, elaboración y corrección del plan de investigación.
- Se solicitó el apoyo a los expertos en el campo profesional de la educación.
- Se analizo la validez de los expertos, posteriormente se determinó la confiabilidad de la test.

La segunda fase: seleccionar muestras para analizar las estrategias utilizadas en la investigación, los pasos son los siguientes:

- Entorno y preparación inmediata de recursos virtuales para la comunicación con los estudiantes y autorización de los docentes de la asignatura de matemática del centro educativo.
- El grupo experimental y el grupo de control el pre test y post test tuvo una duración virtual es de 90 minutos (ver adjunto).

- Los estudiantes seleccionados del grupo experimental presentaron sugerencias experimentales, que duraron 8 semanas y trabajaron 2 horas semanales, el experimento se desarrolló durante las horas de la mañana por responsable de la investigación
- La el pre y post test se aplicó al grupo experimental y al grupo de control, y el tiempo fue de 90 minutos.

La tercera fase: análisis y procesamiento de datos, que incluye los siguientes pasos:

- Verifique los datos previos y posteriores al test.
- Enumere los diferentes datos obtenidos en la tabla de frecuencias y utilice
 Excel para presentar la tabla correspondiente.
- Los resultados obtenidos se determinó las medidas de tendencia central y dispersión de los grupos para comparar los resultados
- Los datos se obtenidos se determinó la prueba de hipótesis a través del programa estadístico SPSS versión 25.
- Se analizaron y discutieron los resultados obtenidos del cuestionario de la investigación.
- Se elaboró el informe final con la ayuda del Asesora el cual tiene cuatro capítulos establecidos por la Escuela de Posgrado de la UNDAC.
- El informe se presenta a los miembros del jurado para su revisión y aprobación.

4.2 Presentación, análisis e interpretación de resultados

4.2.1 Resultados cuantitativos de la pre test

Se aplicó una prueba antes de desarrollar la propuesta de investigación a los estudiantes de la muestra de estudio elegido, que son los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de menores de la ciudad de Pasco como

grupo experimental a los estudiantes de la sección "C" y grupo control sección "D".

Los resultados obtenidos del pre test, se analizaron utilizando la siguiente escala de valoración de 0 a 20 ya que el puntaje otorgado a cada pregunta fue de 1 punto.

Tabla 6

Resultados estadísticos de razonamiento numérico del grupo experimental y control.

Estadísticos	Grupo control	Grupo Experimental
LStatisticos	Pre test	Pre test
N Válido	28	26
Media	3,79	4,08
Error estándar de la media	,354	,293
Mediana	4,00	4,00
Moda	4	4
Desviación estándar	1,873	1,495
Mínimo	0	0
Máximo	7	7
Suma	106	106

Los resultados mostraron que el valor promedio del grupo control fue de 3.79 puntos, y el valor promedio del grupo experimental fue de 4.08, el cual superó 0.29 en la predicción; los dos grupos con mayor número de repeticiones obtuvieron 4 puntos, y también se observaron que la puntuación más alta de los dos grupos fue de 7 puntos y la puntuación más baja es 0, la tasa de variación relativa del grupo de control es del 49,41% y

la del grupo experimental es del 36,64%. Comparando estos resultados, podemos asegúrese de que el razonamiento numérico del grupo de control es más heterogéneo que el del grupo experimental debido a la mayor dispersión.

Tabla 7

Resultados estadísticos de razonamiento algebraico del grupo experimental y control.

Estadísticos	Grupo control	Grupo Experimental
Estadisticos	Pre test	Pre test
N Validos	28	26
Media	3.54	3.77
Error estándar de la media	0.274	0.285
Mediana	4.00	4.00
Moda	4	4
Desviación estándar	1.453	1.451
Mínimo	0	0
Máximo	6	6
Suma	99	98

Los resultados mostraron que el grupo de control su valor promedió es 3.54 puntos, el grupo experimental fue 3.77, que se predijo que excedería 0.23; los dos grupos tuvieron las puntuaciones más repetidas de 4 puntos, y también se observó que la puntuación más alta de los dos grupos fue 6 puntos, y la puntuación más baja fue 0 puntos. La tasa de variación relativa es 41.04%, para el grupo control y el grupo experimental es 38.48%. Comparando estos resultados, podemos estar seguros de que el razonamiento algebraico del grupo de control es más heterogéneo que del

grupo experimental debido a una mayor dispersión. Las 28 personas de este grupo obtuvieron una puntuación total de 99 puntos y las 26 personas del grupo experimental obtuvieron una puntuación total de 98 puntos.

 Tabla 8

 Resultados estadísticos de razonamiento geométrico del grupo experimental y control.

	Grupo control	Grupo Experimental
Estadisticos	Pre test	Pre test
N Válido	28	26
Media	3,04	2,92
Error estándar de la media	,298	,248
Mediana	3,00	3,00
Moda	4	4
Desviación estándar	1,575	1,262
Mínimo	0	0
Máximo	6	5
Suma	85	76

Los resultados mostraron que el puntaje promedio del grupo de control fue de 3.04, el grupo experimental fue de 2.92, el cual se predijo que superará el 0.12; el puntaje con más repeticiones en los dos grupos fue de 4, y también se observó que el grupo de control tenía el puntaje más alto de 6 y el puntaje más bajo de 0, y el grupo experimental tuvo el puntaje más alto de 5 y el puntaje más bajo fue 0., La variabilidad relativa del grupo de control es 51.81%, y la del grupo experimental es 43,22% Comparando estos

resultados podemos estar seguros de que el razonamiento geométrico del grupo de control es más heterogéneo que el del grupo experimental por mayor dispersión.

Tabla 9

Resultados estadísticos de razonamiento matemático del grupo experimental y control.

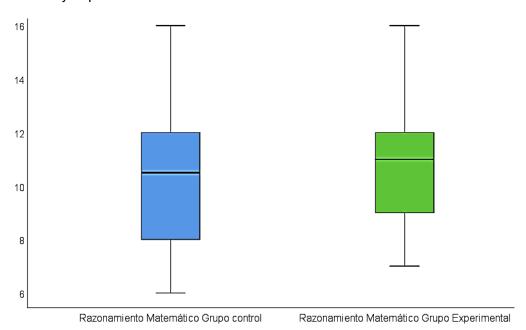
Estadísticas	Grupo control	Grupo Experimental
Estadísticos	Pre test	Pre test
N Válido	28	26
Media	10.36	10.77
Error estándar de la media	0.505	0.452
Mediana	10.50	11.00
Moda	12	10ª
Desviación estándar	2.670	2.303
Mínimo	6	7
Máximo	16	16
Suma	290	280

Los resultados muestran que el promedio del grupo control es de 10,36 puntos, en el caso del grupo experimental es 10,77 superando en 0,41 en el pre test; el puntaje que más se repite para grupo control es de 12 puntos y para el grupo experimental 10, así mismo se observa que el puntaje máximo fue de 16 y el para los dos grupos, sin embargo el puntaje mínimo difieren en 6 y 7 puntos la variabilidad relativa del grupo control es de 25,77 %, para el grupo experimental es de 21,38% comparando estos resultados podemos afirmas que el razonamiento matemático del grupo control es más heterogéneo que el grupo experimental porque la dispersión es mayor. El

puntaje total alcanzado por el grupo control es de 290 puntos de 28 estudiantes y 280 puntos el grupo experimental de 26 estudiantes del quinto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión de Pasco en el año 2021.

Figura 1

Diagramas de cajas para el razonamiento matemático del pre test del grupo control y experimental.



En la figura anterior se observa que el cuartil uno para el grupo experimental es de 9 puntos y para el grupo control es de 8 puntos; así mismo se tiene que el cuartil dos es de 10,50 puntos para el grupo control y 11 puntos para el grupo experimental, finalmente el cuartil tres es de 12 puntos para ambos grupos. El grupo experimental tiene un mejor comportamiento en los datos obtenidos, así mismo dicho grupo tiene una menor dispersión con respecto al grupo control tal como se observa en la figura 1 el mayor sesgo que tienen es el grupo control que se encuentra en la parte inferior al cuartil dos.

4.2.2 Resultados del post test

A continuación, se analizan los resultados del post test después de haber aplicado las estrategias heurísticas al grupo experimental los resultados de los estudiantes del quinto grado se muestran en el anexo 1, de esta manera también se tiene los datos del grupo control con la finalidad de hacer la comparación respectiva.

Tabla 10

Resultados estadísticos de razonamiento numérico del grupo experimental y control.

Estadísticos	Grupo control	Grupo Experimental
Estadisticos	Post test	Post test
N Válido	28	26
Media	4,43	6,04
Error estándar de la media	,297	0,257
Mediana	4,00	6,00
Moda	4	7
Desviación estándar	1,574	1,311
Mínimo	0	3
Máximo	7	8
Suma	124	157

Los resultados muestran que el promedio del grupo control es de 4,43 puntos, en el caso del grupo experimental es 6,04 superando en 1,61 en el post test; el puntaje que más se repite para el grupo control es de 4 puntos, y para el grupo experimental es de 7, así mismo se observa que el puntaje máximo fue de 7 y el mínimo de 0 puntos para el grupo control y el máximo de 8 puntos y mínimo de 3 para el grupo experimental, la variabilidad relativa

del grupo control es de 35,58 %, para el grupo experimental es de 22,04% comparando estos resultados podemos afirmas que el razonamiento numérico del grupo control es más heterogéneo que el grupo experimental porque la dispersión es mayor.

Tabla 11

Resultados estadísticos de razonamiento algebraico del grupo experimental y control.

Estadísticos	Grupo control	Grupo Experimental
Estadisticos	Post test	Post test
N Válido	28	26
Media	3,50	4,85
Error estándar de la media	0,275	0,220
Mediana	3,00	5,00
Moda	3	6
Desviación estándar	1,453	1,120
Mínimo	0	3
Máximo	6	6
Suma	98	126

Los resultados muestran que el promedio del grupo control es de 3,50 puntos, en el caso del grupo experimental es 4,85 superando en 1,35 en el post test; el puntaje que más se repite es 3 puntos para el grupo control y de 6 puntos para el grupo experimental, así mismo se observa que el puntaje máximo fue de 6 y el mínimo de 0 puntos para el grupo control y el máximo de 6 puntos y mínimo de 3 para el grupo experimental, la variabilidad relativa del grupo control es de 41,51%, para el grupo experimental es de 23,09% comparando estos resultados podemos afirmas

que el razonamiento algebraico del grupo control es más heterogéneo que el grupo experimental porque la dispersión es mayor.

Tabla 12

Resultados estadísticos de razonamiento geométrico del grupo experimental y control.

Estadísticos	Grupo control	Grupo Experimental
Estadisticos	Post test	Post test
N Válido	28	26
Media	2,57	3,23
Error estándar de la media	,288	,295
Mediana	3,00	3,00
Moda	3	3
Desviación estándar	1,526	1,505
Mínimo	0	0
Máximo	5	6
Suma	72	84

Los resultados muestran que el promedio del grupo control es de 2,57 puntos, en el caso del grupo experimental es 3,23 puntos, superando en 0,66 en el post test; el puntaje que más se repite para ambos grupos es de 3 puntos, así mismo se observa que el puntaje máximo fue de 5 y el mínimo de 0 puntos para el grupo control y el máximo de 6 puntos y mínimo de 0 para el grupo experimental, la variabilidad relativa del grupo control es de 59,38 %, para el grupo experimental es de 46,59% comparando estos resultados podemos afirmas que el razonamiento geométrico del grupo control es más heterogéneo que el grupo experimental porque la dispersión es mayor.

Tabla 13

Resultados estadísticos de razonamiento matemático del grupo experimental y control.

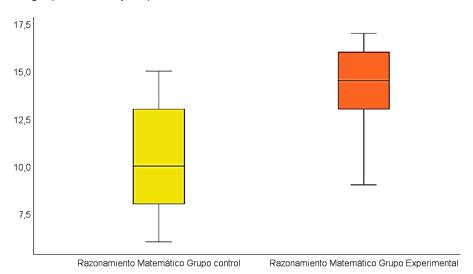
Estadísticos	Grupo control	Grupo Experimental
Estadisticos	Post test	Post test
N Válido	28	26
Media	10,50	14,12
Error estándar de la media	0,533	0,416
Mediana	10,00	14,50
Moda	7	16
Desviación estándar	2,822	2,123
Mínimo	6	9
Máximo	15	17
Suma	294	367

Los resultados muestran que el promedio del grupo control es de 10,50 puntos, en el caso del grupo experimental es 14,12 superando en 3,62 en el post test; el puntaje que más se repite para grupo control es de 7 puntos y para el grupo experimental 16, así mismo se observa que el puntaje máximo fue de 15 y puntaje mínimo de 6, sin embargo el puntaje mínimo para el grupo experimental es de 9 y el máximo de 17 puntos, la variabilidad relativa del grupo control es de 26,89%, para el grupo experimental es de 15,04% comparando estos resultados podemos afirmas que el razonamiento matemático del grupo control es más heterogéneo que el grupo experimental porque la dispersión es mayor. El puntaje total alcanzado por el grupo control es de 294 puntos de 28 estudiantes y 367 puntos el grupo experimental de 26 estudiantes del quinto grado de

educación secundaria de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión de Pasco en el año 2021.

Figura 2

Diagramas de cajas para el razonamiento matemático del post test del grupo control y experimental.



En la figura 2 anterior se observa que el cuartil uno para el grupo experimental es de 13 puntos y para el grupo control es de 7,5 puntos; así mismo se tiene que el cuartil dos es de 10 puntos para el grupo control y 14,5 puntos para el grupo experimental, finalmente el cuartil tres es de 13 puntos para el grupo control y 16 para el grupo experimental. El grupo experimental tiene un mejor comportamiento en los datos obtenidos de los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, así mismo dicho grupo tiene una menor dispersión con respecto al grupo control tal como se observa en la figura 2 el mayor sesgo que tienen es el grupo control que se encuentra en la parte superior del cuartil tres.

4.3 Prueba de hipótesis

Para analizar la prueba estadística de la hipótesis de investigación, primero se realizó la prueba de normalidad a través del modelo estadístico de Shapiro-Wilk ya que la muestra del grupo experimental es menor que 30 sujetos

o unidades de medida. Para esta situación, proponemos hipótesis teóricas e hipótesis alternativas.

H₀: Los datos del pre y post test tienen una distribución normal

H₁: Los datos del pre y post test es distinta a la distribución normal

Tabla 14

Prueba de normalidad del pre y post test del grupo experimental

	Kolmogorov-Smirnov ^a			Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.	Estadístico	gl	Sig.
Puntajes del pre test	,114	26	,200*	,967	26	,545
Puntajes del post test	,163	26	,075	,923	26	,053

^{*.} Esto es un límite inferior de la significación verdadera.

Se puede ver en la Tabla 14 que el valor p es mayor que el nivel de significancia α , por lo tanto, se aceptar la hipótesis nula, es decir que los datos del pre test y post test siguen una distribución normal, a la cual no conlleva aplicar la estadística paramétrica en nuestra investigación.

Prueba de hipótesis:

Hipótesis general

La estrategia heurística influye óptimamente al desarrollo del razonamiento matemático en tiempos de pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.

Para probar la hipótesis de investigación se analizó con la estadística paramétrica porque los datos del pre y post test están distribuidos normalmente tal como se muestra en la Tabla 14; se utilizó el parámetro de "t" Student para datos independientes y dependientes; para ello se determinó en primer lugar la prueba conocida antes y después de aplicar la variable de investigación y luego

a. Corrección de significación de Lilliefors

se probó la "t" Student para datos independientes. A continuación, se explica los procedimientos para probar la hipótesis de investigación.

a. Hipótesis estadísticas

H₀: No existe diferencias significativas entre los puntajes antes y después de aplicar la estrategia heurística en el razonamiento matemático.

H₁: Existe diferencias significativas entre los puntajes antes y después de aplicar la estrategia heurística en el razonamiento matemático.

b. Nivel de significación.

Nivel de Confianza (NC = 0.95)

Nivel de significación ($\alpha = 0.05$)

c. Elección del modelo estadístico

El modelo estadístico para nuestra prueba es "t" Student para muestras dependientes (Antes – Después), se determinó con SPSS.

Tabla 15

Diferencias emparejadas del pre y post test del grupo experimental

			Puntajes del
			pre test - post test
Diferencias	Media		-3,385
emparejadas	Desv. Desviación		2,299
	Desv. Error promedio		,451
	95% de intervalo de	Inferior	-4,313
	confianza de la diferencia	Superior	-2,456
t			-7,506
gl			25
Sig. (bilateral)		,000

d. Toma de decisión

El valor obtenido en la tabla 15, se observa que \mid -7,506 \mid es mayor que \mid 2,060 \mid , es decir \mid t_o \mid > \mid t_c \mid ; analizando la significancia bilateral de p – valor es menor que el nivel de significancia (0,000 < 0,05). Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula propuesto.

e. Interpretación

Del resultado obtenido en la tabla 15, la diferencia de los puntajes del grupo experimental es significativo ($p < \alpha$) por lo que se rechaza la hipótesis de nula y se acepta la hipótesis alterna lo que significa que existe diferencias significativas entre los puntajes antes y después de aplicar la estrategia heurística en el razonamiento matemático en los estudiantes del quinto grado de educación secundaria de menores de la ciudad de Pasco en el año 2021.

a. Hipótesis estadísticas

H₀: No existe diferencias significativas entre los puntajes del grupo experimental y control en el post test.

H₁: Existe diferencias significativas entre los puntajes del grupo experimental y control en el post test.

b. Nivel de significación.

Nivel de Confianza (NC = 0.95)

Nivel de significación ($\alpha = 0.05$)

c. Elección del modelo estadístico

El modelo estadístico para nuestra prueba es "t" Student para muestras independientes se determinó con SPSS.

Tabla 16

Prueba para la igualdad de medias post test del grupo experimental y control

-			Se asumen	No se asumen
			varianzas iguales	varianzas iguales
Prueba de Levene	F		4,498	
de igualdad de	Sig.		,039	
varianzas				
prueba t para la	t		5,388	5,449
igualdad de	gl		52	49,456
medias	Sig. (bilateral)		,000	,000
	Diferencia de med	dias	3,654	3,654
	Diferencia de erro	r estándar	,678	,671
	95% de intervalo	Inferior	2,293	2,307
	de confianza de	Superior	5,015	5,001
	la diferencia			

d. Toma de decisión

El valor obtenido en la tabla 16, se observa que \mid 5,388 \mid es mayor que \mid 2,021 \mid , es decir \mid t_o \mid > \mid t_c \mid ; analizando la significancia bilateral de p – valor es menor que el nivel de significancia (0,000 < 0,05). Por lo tanto, se rechaza la hipótesis nula propuesto.

e. Interpretación

Del resultado obtenido en la tabla 16, la diferencia de los puntajes del grupo experimental es significativo (p < α) con respecto del grupo control por lo que se rechaza la hipótesis de nula y se acepta la hipótesis alterna lo que significa que existe diferencias significativas entre los puntajes de los grupos.

Hipótesis 1

Las estrategias heurísticas influyen positivamente en el razonamiento numérico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.

H₀: No existe diferencias entre las medias en el razonamiento numérico después
 de haber aplicado la estrategia heurística.

H₁: Existe diferencias entre las medias en el razonamiento numérico después de haber aplicado la estrategia heurística.

Tabla 17

Comparación del razonamiento numérico de pre y post test del grupo experimental después de aplicar la estrategia heurística.

			Resultados pre y
			post test.
Diferencias	Media		-1,962
emparejadas	Desviación estándar		2,049
	Desv. Error promedio		-2,789
	95% de intervalo de	Inferior	,04605
	confianza de la diferencia	Superior	1,81109
t			-4,881
gl			25
Sig. (bilateral)			,000

En la tabla 17, el resultado del estadístico de contraste de t de Student de 1,962 con 25 grados de libertad y una significación de p-valor 0.000 < 0.05, rechazamos la hipótesis nula; es decir, existe diferencias significativas en cuanto a las medias de razonamiento numérico por parte de los estudiantes de la

institución educativa Daniel Alcides Carrión de Pasco, después de haber aplicado la estrategia heurística.

Hipótesis 2

Las estrategias heurísticas influyen positivamente en el razonamiento algebraico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.

H₀: No existe diferencias entre las medias en el razonamiento algebraico después
 de haber aplicado la estrategia heurística.

H₁: Existe diferencias entre las medias en el razonamiento algebraico después de haber aplicado la estrategia heurística.

Tabla 18

Comparación del razonamiento algebraico de pre y post test del grupo experimental después de aplicar la estrategia heurística.

			Resultados pre y
			post test.
Diferencias	Media		-1,007
emparejadas	Desviación estándar		1.383
	Desv. Error promedio		,271
	95% de intervalo de	Inferior	,04605
	confianza de la diferencia	Superior	1,81109
t			-3,969
gl			25
Sig. (bilateral)			,001

En la tabla 18, el resultado del estadístico de contraste de t de Student de 1,007 con 25 grados de libertad y una significación de p-valor 0.001 < 0.05, rechazamos la hipótesis nula; es decir, existe diferencias significativas en cuanto

a las medias de razonamiento algebraico por parte de los estudiantes de la institución educativa Daniel Alcides Carrión de Pasco, después de haber aplicado la estrategia heurística.

Hipótesis 3

Las estrategias heurísticas influyen positivamente en el razonamiento geométrico durante pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.

H₀: No existe diferencias entre las medias en el razonamiento geométrico después de haber aplicado la estrategia heurística.

H₁: Existe diferencias entre las medias en el razonamiento geométrico después de haber aplicado la estrategia heurística.

Tabla 19

Comparación del razonamiento geométrico de pre y post test del grupo experimental después de aplicar la estrategia heurística

			Resultados pre y
			post test.
Diferencias	Media		-0,346
emparejadas	Desviación estándar		1,648
	Desv. Error promedio		0,323
	95% de intervalo de	Inferior	-1,012
	confianza de la diferencia	Superior	0,319
t			-1,071
gl			25
Sig. (bilateral)			,294

En la tabla 19, el resultado del estadístico de contraste de t de Student de 0,346 con 25 grados de libertad y una significación de p-valor 0.294 > 0.05,

aceptamos la hipótesis nula; es decir, no existe diferencias significativas en cuanto a las medias de razonamiento geométrico por parte de los estudiantes de la institución educativa Daniel Alcides Carrión de Pasco, después de haber aplicado la estrategia heurística.

4.4 Discusión de resultados

En la Tabla 13, que corresponde al resumen de los resultados del postest, vemos que el grupo experimental da mejores resultados en términos de razonamiento matemático. En todos los casos, la diferencia entre los promedios de desarrollo de conclusiones entre los grupos control y experimental es significativa, siendo el porcentaje de desarrollo del grupo experimental mayor en todas las categorías.

De la prueba de la hipótesis específica 1 se puede concluir que en la prueba t de Student de 1.962 con 25 grados de libertad y una significancia de p-valor 0.000 <0.05 existen diferencias significativas en el razonamiento numérico de los estudiantes según la institución educativa Daniel Alcides Carrión de Pasco Aplicando la estrategia heurística. A través de conclusiones estadísticas vemos que en el grupo experimental el desarrollo en términos de pensamiento numérico fue significativamente mayor.

De la prueba de la hipótesis específica 2 se puede concluir que existen diferencias significativas en las medias de razonamiento algebraico de los estudiantes en la prueba t de Student de 1,007 con 25 grados de libertad y una significancia de p-valor 0,001 <0,05. Alumnos de la institución educativa Daniel Alcides Carrión de Pasco tras aplicar la estrategia heurística. A través de conclusiones estadísticas vemos que en el grupo experimental el desarrollo en términos de pensamiento algebraico fue significativamente mayor.

De la prueba de la hipótesis específica 3 se puede concluir que en la prueba t de Student de 0,346 con 25 grados de libertad y una significancia de p-valor 0,294 > 0,05 no existen diferencias significativas en el razonamiento geométrico de los alumnos del Daniel Alcides Carrión de Institución educativa Pasco luego de aplicar la estrategia heurística. Por inferencia estadística vemos que en el grupo experimental no es significativo en este caso, está menos en desarrollo en términos de razonamiento algebraico.

Finalmente, en la hipótesis general, vemos que los estudiantes del grupo de control tienen una media de 10,50 puntos, pero el grupo experimental tiene 14,12 puntos en desarrollo de pensamiento. Estadísticamente se ha demostrado que la diferencia entre los dos en el grupo de control es significativamente menor. Por otro lado, se encontró en el postest que la variabilidad relativa del grupo control fue de 26.89% y la del grupo experimental fue de 15.04%. Comparando estos resultados, podemos confirmar que el razonamiento matemático del grupo de control es más heterogéneo que el del grupo experimental porque la variación es mayor. Nosotros podemos ver; que el razonamiento numérico tuvo el mejor promedio en comparación con los demás.

Del análisis de datos realizado, vemos que, matemáticamente hablando, el grupo de control, que estaba en la categoría regular, permanece allí, mientras que el grupo experimental obtuvo una mejor media al final del estudio.

Estos resultados muestran que el desarrollo del pensamiento matemático fue mejor a través de la aplicación de estrategias heurísticas cognitivas empleando pensamiento numérico, algebraico y geométrico, lo cual se comprobó luego de la aplicación del post-test, en el que el grupo cuasi-experimental comparó al 61% con una. alcanzó el 45% del grupo de control.

CONCLUSIONES

- 1. Que los datos del pre-test y post-test se obtuvieron en la Tabla 14, tenemos que el p-valor es mayor que el nivel de significancia, por lo tanto la distribución de los datos tiene una normalidad, lo que nos llevó a utilizar paramétricos pruebas como la de Student. aplicar el caso de prueba "t" para comparar las hipótesis de investigación.
- 2. De la hipótesis 1, se concluye que el p-valor es menor que 0.000 < 0.05, rechazamos la hipótesis nula; es decir, existen diferencias significativas en los medios de razonamiento numérico entre los estudiantes de la institución educativa Daniel Alcides Carrión de Pasco luego de aplicar la estrategia heurística.</p>
- 3. De la hipótesis 2, se concluye que el p-valor es menor que 0.001 <0.05, rechazamos la hipótesis nula; es decir, existen diferencias significativas en las medias del pensamiento algebraico entre los alumnos de la institución educativa Daniel Alcides Carrión de Pasco luego de aplicar la estrategia heurística.</p>
- 4. De la hipótesis 3, se concluye que el valor p es menor que 0.294 > 0.05, no se rechaza la hipótesis nula; es decir, no existen diferencias significativas en los medios geométricos de argumentación entre los estudiantes de la institución educativa Daniel Alcides Carrión de Pasco luego de aplicar la estrategia heurística.

5. Finalmente, de los resultados obtenidos en la Tabla 15, se concluye que la diferencia en los valores del grupo experimental es significativa (p < α) por lo que se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa, es decir que Existen diferencias significativas entre los Resultados antes y después de la aplicación de la estrategia heurística en el razonamiento matemático entre los estudiantes de quinto grado de la escuela secundaria inferior Daniel Alcides Carrión de la ciudad de Pasco en 2021</p>

RECOMENDACIONES

- Recomendamos a los docentes de la institución que fortalezcan el pensamiento numérico, algebraico y geométrico de sus alumnos a través de las estrategias presentadas, en particular que practiquen la aritmética mental con una actividad constante durante su clase.
- El estudiante debe utilizar la creatividad combinada con el razonamiento y el análisis para generar nuevas ideas, nuevas ideas que le permitan resolver o superar cualquier obstáculo en su vida.
- Los maestros deben comprender que la incapacidad de un alumno para resolver problemas y resolver problemas afecta a varios factores, pero uno de los más importantes es comprender el problema.
- 4. Actualmente estamos lidiando con problemas de matemáticas y es muy importante que los maestros entiendan que trabajar a partir de los errores de nuestros estudiantes es una valiosa oportunidad para su aprendizaje.
- Se recomienda ver la heurística como una estrategia de enseñanza creativa, ya que estimula la idea y fomenta el descubrimiento y la búsqueda de soluciones a los problemas en cuestión.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Álvarez, M., Alonso, I. y Gorina, A. (2017) en artículo de la Universidad de Oriente, Cuba. Que lleva por título "Dinámica del razonamiento inductivo en la resolución de problemas matemáticos. una propuesta didáctica. *Revista Comité Latinoamericano de Matemática Educativa A. C. Vol 25* (pp. 625-634).
- Ander-Egg, E (1995). *Técnicas de investigación social*. Editorial Lumen.
- Arnal, J. (2000). Perspectivas Contemporáneas en Metodología de la Investigación. Editorial Narcea.
- Ary D, Cheser L y Raza A. (2000). *Introducción a la Investigación Pedagógico*. Editorial Editorial McGraw-Hill.
- Baena, G. (2017). Metodología de la investigación. México: Grupo Editorial Patría.
- Bunge, M. (1973). La investigación científica. Editorial Ariel.
- Cattaneo L, Lagreca, N., González, M. y Buschiazzo, N.(2015). *Didáctica de la Matemática*. Argentina: Homo Sapiens Ediciones.
- Canales, F. (2005). Metodología de la Investigación Editorial: Limusa.
- Caneda, M. Y. Á., Berenguer, I. A., & Sánchez, A. G. *Dinámica del razonamiento inductivo en la resolución de problemas matemáticos. una propuesta didáctica.*
- Campbell, L., Campbell, B.,y Dickenson, D. (2002). *Inteligencias múltiples. Usos prácticos para la enseñanza y el aprendizaje*. Editorial Troquel S. A.
- Carillo, F. (1996). Cómo hacer la tesis y el trabajo de investigación universitario. Editorial Horizonte.
- De acuerdo a Castro et. al. (1996) Escuela Universitaria La Salle. Universidad Autónoma de Madrid.

- Echevarría, h. (2016). *Diseño de investigación cuantitativa en psicología y educación.*Editorial UniRío editora. Universidad Nacional de Río Cuarto.
- Hernández, Fernández y Baptista. (1991). *Metodología de la investigación*. Editorial McGraw-Hill.
- Huerta, M. (2005). *Aprendizaje Estratégico. Cómo enseñar a aprender y pensar estratégicamente.* Lima, Perú: Universidad Nacional Mayor de San Marcos.
- Iriarte, F., Espeleta, Á., Zapata, E., Cortina, L., Zambrano, E. y Fernández, F. (2010).

 El razonamiento lógico en estudiantes universitarios. *Revista Zona Próxima*. (12)

 enero- junio. Instituto de Estudios en Educación. Universidad del Norte.
- Kerlinger, N. y Howardb. L. (2001). *Investigación del Comportamiento*. Editorial: McGraw-Hill Interamericana.
- Fernández, L, (2014). *Cálculo Mental*. Obtenido de: http://biblioteca.unirioja.es/tfe_e/TFE000726.pdf
- Fortea, M. (2003). Experiencias e innovación de la docencia universitaria. España: Universitat Jaume.
- Gamarra, G., Rivera, T., Wong, F (2015). Estadística e Investigación con Aplicación de SPSS. Editorial San Marcos.
- Matías, P. (1954). El Método Heurístico en la enseñanza de las matemáticas, y la posibilidad de su aplicación en el Perú. [Tesis maestría, Universidad Nacional Mayor de San Marcos].
- Medina, H. (2021). Influencia de las estrategias heurísticas en el aprendizaje de la matemática en estudiantes de educación secundaria, Trujillo 2020. [Tesis doctoral, Universidad Cesar Vallejo]. file:///C:/Users/GMO/Downloads/Medina_PVH-SD.pdf.

- Medina. H., y Pérez, M. (2021). Influencia de las estrategias heurísticas en el aprendizaje de la matemática *Revista INNOVA Research Journal*, 6(2), 36-61.
- Ordoñez, R. (2017). Aplicación del método heurístico y desarrollo de habilidades de investigación en estudiantes en etapa de investigación formativa. [Tesis de doctorado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos].
- Ortiz, A. (2002). Didáctica problematizadora y aprendizaje basado en problemas. Ediciones Cepedid.
- Paniagua, L. y Vega, M.(2006). Teoría de las inteligencias múltiples en la práctica docente en educación preescolar. *Revista Educare.* 12(1). 135-149. file:///C:/Users/RobertoS/Desktop%202/material%20Angie/Dialnet-LaTeoriaDeLasInteligenciasMultiplesEnLaPracticaDoc-4781009.pdf.
- Peralta, J. (2000). *Principios didácticos e históricos para la enseñanza de la matemática*. Editorial Huerga Fierro.
- Pérez, V. H., & Pérez, M. A. (2021). Influencia de las estrategias heurísticas en el aprendizaje de la matemática. *Revista Innova Research Journal*, 6(2), 36-61. https://doi.org/10.33890/innova.v6.n2.2021.1672
- Pizarro, F. (1995). Aprender a razonar. Madrid: Alhambra Longman.
- Prado, A. (2013). ¿Qué es el método heurístico? Revista INTENCIENCIA: Un lugar para discutir, compartir y vivir la ciencia. 7.
- Ruiz, R. (2006). *Historia y evolución del pensamiento científico*. Editorial Edición electrónica gratuita.
- Serna, E. y Florez, G. (2013). El razonamiento lógico como requisito funcional en Ingeniería. En Innovation in Engineering, Technology and Education for Competitiveness and Prosperity. August 14-16,2013 Cancun. http://www.laccei.org/LACCEI2013-Cancun/RefereedPapers/RP221.pdf

- Sevilla, E. (2003). *Alumnos y Docentes investigadores Creativos*. University Press
 Oxford. (2016). Oxford Living Dictionaries:
 https://es.oxforddictionaries.com/definicion/indice
- Soto, A. (2019). Estrategias metodológicas heurísticas para mejorar el rendimiento académico en la asignatura de matemática I, en estudiantes de la carrera profesional de matemática, Facultad de Ciencias, Universidad Nacional Santiago Antúnez de Mayolo. [Tesis de maestría, Universidad Nacional Pedro Ruiz Gallo] https://hdl.handle.net/20.500.12893/7020.
- Tapia, J y Colaboradores (1992). *Leer, comprender y pensar*. Centro de publicaciones del Ministerio de Educación y Ciencia: C.I.D.E.
- Tejeda, R. (2017). Estrategias heurísticas y clima escolar en el aprendizaje de la matemática en estudiantes de primer año de secundaria de la red 2 de la UGEL 03-2015. [Tesis doctorado, Universidad César Vallejo].
- Urquizo, A. (2017). Importancia de las estrategias didácticas cognitivas en el desarrollo del razonamiento matemático en estudiantes de bachillerato de la Unidad Educativa, "Santa Mariana de Jesús" Riobamba Ecuador, 2014. [Tesis de doctorado, Universidad Nacional Mayor de San Marcos].





Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión Escuela de Posgrado



INSTRUMENTOS DE RECOLECCION DE DATOS

PRE TEST Y POST TEST

Saludos cordiales, estudiante de quinto grado de Educación Secundaria IEE. Daniel Alcides Carrión, el objetivo de esta herramienta es determinar tu razonamiento matemático antes y después de utilizar estrategias heurísticas que ayuden a mejorarlo. Con este fin, le pedimos que responda a las siguientes preguntas de la manera más sincera.

Preguntas de razonamiento numérico

1. Encuentra la suma del último dígito de las unidades de la operación:

$$9 + 9^2 + 9^3 + 9^4 + \dots + 9^{2008} + 9^{2009}$$

- a) 8
- b) 1
- c) 9
- d) 3

2. Obtenga el resultado del siguiente producto.

$$\Big(1-\frac{1}{2}\Big)\Big(1-\frac{1}{3}\Big)\Big(1-\frac{1}{4}\Big)...\Big(1-\frac{1}{2007}\Big)\Big(1-\frac{1}{2008}\Big)\Big(1-\frac{1}{2009}\Big)$$

- a) 2009
- b) $\left(\frac{1}{2009}\right)$
- c) 2008
- d) $\left(\frac{1}{2008}\right)$

- 3. ¿Cuál es la suma de todos los números obtenidos al permutar los dígitos del número 3912?
 - a) 99990
 - b) 20664
 - c) 55332
 - d) 12293
- 4. El resultado de la siguiente operación es:

$$1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + 5^2 - 6^2 + \dots - 2008^2 + 2009^2$$

- a) 2019045
- b) 2119045
- c) 1919045
- d) 2219045
- 5. Una caja contiene 7 lapiceros negros y 5 lapiceros azules, se extrae uno de ellos al azar. Determine la probabilidad de que el lapicero extraído no sea de color azul.
 - a) 13/5
 - b) 5/13
 - c) 12/5
 - d) 5/12
- 6. En un cajón hay 24 esferas rojas, 20 blancas y 25 amarillas, 8 negras, 14 verdes y 10 azules. ¿Cuál es el menor número de esferas que se han de sacar para tener la seguridad de haber extraído, por lo menos, 12 esferas de 3 colores?
 - a) 15
 - b) 16
 - c) 17
 - d) 18

Problemas de razonamiento algebraico

- 7. Jhonny es un estudiante de física y observa a sus amigo Guillermo, jugador de futbol tratando de escribir la trayectoria del balón que el pateo, mediante la siguiente función: y = -0,03x² + 0,5x; donde "y" es la altura que alcanza el balón (expresada en metros), cuando se encuentra a "x" metros de distancia desde el punto de lanzamiento ¿Cuál es la altura máxima que alcanzo el balón? Y ¿a que distancia impacto del punto inicial?
 - a) 2m y 8m
 - b) 2,5m y 8m
 - c) 8,33m y 2m
 - d) 3,05m y 8,33m
- 8. Jaime es un biólogo que introdujo en una isla una cantidad de garzas blancas, que en un principio se reprodujeron rápidamente, pero por el cambio climático, empezó a escasear todos los alimentos por lo tanto la población decreció. Se pudo registrar que numero de garzas blancas esta representado por la siguiente expresión: f(x) = -x² + 22x + 104, donde "x" representa los años que transcurrieron desde el momento que se introdujeron.

Se desea saber ¿Cuál fue la cantidad inicial de garza? Y ¿En cuantos años se extinguieron por completo?, a fin de tomar medidas de protección de esta especie.

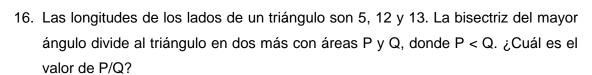
- a) 100 y 20 años
- b) 87 y 5 años
- c) 104 y 26 años
- d) 54 y 16 años
- 9. Jhonny admira a su amigo porque es un buen ahorrador. El amigo le cuenta que el triple de lo que tiene aumentado en 3 es menor que 753. Si adivinas cuanto he ahorrado como máximo, te premiare con la decima parte de lo que tengo. Si Jhonny logra adivinar lo que tiene ahorrado su amigo. ¿Cuánto recibirá?
 - a) S/22
 - b) S/23
 - c) S/25
 - d) S/24

10.	El dueño de la ferretería "Karla" compra 100 bolsas de cemento por un valor de S/
	3800. Si vende 75 bolsas a S/ 46, ¿a cuánto debe vender cada una de las bolsas
	restantes para obtener una ganancia mayor al 20%? (Considerar solo valores
	enteros)

- a) 45
- b) 44
- c) 43
- d) 42
- 11. En un edificio de 5 pisos, en cada piso hay 5 departamentos con 5 ventanas cada uno. En cada ventana hay 5 macetas con 5 rosas cada una. ¿Cuál es la cantidad total de rosas que hay en el edificio?
 - a) 3125 rosas
 - b) 25 rosas
 - c) 5 rosas
 - d) 625 rosas
- 12. Si la suma de dos números es 30 y su producto es 15. ¿cuál es la suma de sus recíprocos?
 - a) 2
 - b) 3
 - c) 4
 - d) 5
- 13. Si x, y son dos números (posiblemente complejos) que satisfacen las ecuaciones x + y = 5 y xy = 8, ¿cuál es el valor de $x^3 + y^3$?
 - a) 5
 - b) 4
 - c) 7
 - d) 8
- 14. Si $\frac{2x+3y}{x-y} = \frac{2}{3}$, ¿cuál es el valor de $\frac{x}{y}$?
 - a) 3/2
 - b) 2/3
 - c) 11/4
 - d) 4/11

Razonamiento geométrico

Raz	2011a	miento (geon	letricc)										
15.	Un	círculo	con	área	4π	es	inscrito	en	un	triángulo	rectángulo	de	área	24.	ΕI
	per	ímetro c	lel tri	ángul	o es:	:									
	a)	24													
	b)	48													
	c)	12													





d) 36

- c) 12/5
- d) 5/12

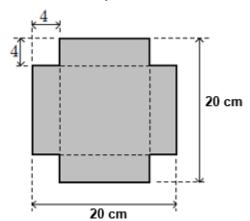
17. Tres círculos de radios 1, 2 y 3 son tangentes entre sí externamente, ¿cuál es el área del triángulo formado al unir mediante segmentos de centros de los círculos?

- a) 2u².
- b) 8u².
- c) 4u².
- d) 6u².

18. Si un triángulo, cuyos lados son de longitud entera, tiene perímetro 8, ¿cuál es el área del triángulo?

- a) $2\sqrt{2}u^2$
- b) $3\sqrt{2}u^2$
- c) $5\sqrt{2}u^2$
- d) $72\sqrt{2}u^2$

- 19. Si la suma de todos los ángulos, excepto uno en un polígono convexo, es 2190º,¿Cuál es el número de lados del polígono
 - a) 15
 - b) 16
 - c) 17
 - d) 18
- 20. De un cartón cuadrado de 20 por 20 cm, se va a construir una caja rectangular de base cuadrada y altura de 4 cm. Para ello, se cortaran cuadrados de 4 cm por lado en cada una de las esquinas del cartón, como se muestra en la figura. Determine el volumen que se obtiene al armar la caja.
 - a) 1600 cm³
 - b) 576 cm³
 - c) 270 cm³
 - d) 1024 cm³



ANEXO N° 3

Base de datos del grupo control

	Raz	onamiento mater	mático Pre test	Razonamiento matemático Post test				
No.	Razonamiento numérico	Razonamiento algebraico	Razonamiento geométrico	Total puntaje	Razonamiento numérico	Razonamiento algebraico	Razonamiento geométrico	Total puntaje
1	4	3	4	11	5	2	4	11
2	5	3	2	10	2	5	3	10
3	3	4	1	8	6	5	2	13
4	5	5	4	14	5	5	5	15
5	2	5	4	11	3	3	4	10
6	1	3	3	7	3	3	1	7
7	2	4	2	8	3	3	1	7
8	7	3	2	12	4	5	2	11
9	6	5	5	16	5	3	5	13
10	3	5	6	14	6	5	4	15
11	2	4	1	7	7	3	3	13
12	0	3	3	6	4	3	0	7
13	3	2	3	8	4	2	0	6
14	4	3	2	9	3	5	3	11
15	5	3	4	12	6	4	4	14
16	2	0	5	7	4	3	0	7
17	1	4	4	9	3	3	4	10
18	4	3	4	11	4	3	0	7
19	3	4	5	12	4	5	1	10
20	5	1	5	11	7	0	2	9
21	4	5	3	12	6	4	3	13
22	7	5	3	15	6	3	4	13
23	6	4	3	13	6	5	3	14
24	4	4	2	10	0	4	4	8
25	2	4	4	10	4	3	2	9
26	4	4	0	8	4	3	3	10
27	6	6	0	12	5	6	3	14
28	6	0	1	7	5	0	2	7

ANEXO N° 4

Base de datos del grupo experimental

	Raz	onamiento mater	nático Pre test	Razonamiento matemático Post test				
No.	Razonamiento	Razonamiento	Razonamiento	Total	Razonamiento	Razonamiento	Razonamiento	Total
	numérico	algebraico	geométrico	puntaje	numérico	algebraico	geométrico	puntaje
1	3	4	3	10	7	6	3	16
2	3	0	4	7	5	4	3	12
3	2	3	3	8	7	6	1	14
4	4	4	3	11	7	5	5	17
5	0	4	4	8	6	6	2	14
6	4	5	0	9	7	6	0	13
7	6	6	4	16	7	6	2	15
8	3	4	4	11	5	5	5	15
9	7	3	3	13	6	4	6	16
10	5	5	2	12	7	6	2	15
11	4	2	1	7	5	3	3	11
12	4	0	4	8	7	3	3	13
13	6	5	0	11	6	6	5	17
14	3	4	3	10	8	3	3	14
15	5	4	4	13	6	5	5	16
16	6	5	3	14	5	6	5	16
17	3	4	3	10	4	5	4	13
18	4	3	3	10	7	4	3	14
19	6	5	4	15	5	5	5	15
20	4	4	4	12	8	6	2	16
21	3	4	5	12	6	4	4	14
22	5	4	1	10	4	5	1	10
23	4	4	3	11	8	4	4	16
24	4	6	2	12	3	3	3	9
25	5	3	3	11	6	6	3	15
26	3	3	3	9	5	4	3	12



Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión





PROCEDIMIENTO DE VALIDACIÓN Y CONFIABILIDAD

I. INSTRUCCIONES:

El presente formato tiene por finalidad de validar los diferentes ítems del instrumento presentado por el investigador: Jaime MAMANI LIPA,

- 1.1. Apellidos y nombres del (Experto): Rudy CUEVAS CIPRIANO
- 1.2. Grado Académico. Doctor en Ciencias de la Educación
- 1.3 Profesión: Licenciado en Educación Secundaria
- 1.4. Institución donde labora: UNDAC
- 1.5. Cargo que desempeña: .Docente Principal
- 1.6. Autor del instrumento: ... Jaime MAMANI LIPA,

II. VALORACIÓN:

El presente formato tiene por finalidad de validar los diferentes ítems del instrumento presentado por el investigador por favor marca con un aspa (X) o cruz (+) según su apreciación:

INDICADOR ES	CRITERIOS	Insuficient e	Regular	Bien	Excelente
1. Claridad	Los ítems están formulados con lenguaje apropiado que facilita su comprensión.			Х	
2. Objetividad	Los ítems están expresados en conductas observables y medibles				Х
3. Actualidad	Los ítems están adecuados a los avances de la ciencia y tecnología			Х	
4. Consistencia	Los ítems guardan una relación lógica con la variable de estudio.				Х
5. Coherencia	Los ítems esta relacionados con la dimensión e indicadores.			Х	
6. Pertinencia	Los ítems son aplicables para la investigación propuesto.				Х
7. Suficiencia	Los ítems son suficientes en cantidad y calidad para aplicación.			Х	

III. RESULTADOS:

3.1 Resultados del experto:

Favorable	Debe mejorar	No favorable
X		

3.2 Valoración total: 87% favorable

3.3 Opinión de aplicabilidad o observaciones

Ninguna

FIRMA

Dr. Rudy CUEVAS CIPRIANO



Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión





PROCEDIMIENTO DE VALIDACIÓN Y CONFIABILIDAD

I. INSTRUCCIONES:

El presente formato tiene por finalidad de validar los diferentes ítems del instrumento presentado por el investigador: Mg. Jhonny Jaime MAMANI LIPA,

- 1.1. Apellidos y nombres del (Experto): Dra. Eva Elsa Condor Surichaqui
- 1.2. Grado Académico. Doctor en Ciencias de la Educación
- 1.3 Profesión: Licenciado en Educación Secundaria
- 1.4. Institución donde labora: UNDAC
- 1.5. Cargo que desempeña: .Docente Principal
- 1.6. Autor del instrumento: Mg. Jhonny Jaime MAMANI LIPA,

II. VALORACIÓN:

El presente formato tiene por finalidad de validar los diferentes ítems del instrumento presentado por el investigador por favor marca con un aspa (X) o cruz (+) según su apreciación:

INDICADOR ES	CRITERIOS	Insuficient e	Regular	Bien	Excelente
1. Claridad	Los ítems están formulados con lenguaje apropiado que facilita su comprensión.		Х		
2. Objetividad	Los ítems están expresados en conductas observables y medibles				Х
3. Actualidad	Los ítems están adecuados a los avances de la ciencia y tecnología			Х	
4. Consistencia	Los ítems guardan una relación lógica con la variable de estudio.				Х
5. Coherencia	Los ítems esta relacionados con la dimensión e indicadores.			Х	
6. Pertinencia	Los ítems son aplicables para la investigación propuesto.	_			Х
7. Suficiencia	Los ítems son suficientes en cantidad y calidad para aplicación.			Х	

III. RESULTADOS:

a. Resultados del experto:

Favorable	Debe mejorar	No favorable
Х		

- b. Valoración total: 89% favorable
- c. Opinión de aplicabilidad o observaciones

Ninguna

Dr. Eva Elsa CÓNDOR SURICHA



Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión





PROCEDIMIENTO DE VALIDACIÓN Y CONFIABILIDAD

I. INSTRUCCIONES:

El presente formato tiene por finalidad de validar los diferentes ítems del instrumento presentado por el investigador: Jaime MAMANI LIPA,

- 1.1. Apellidos y nombres del (Experto): Rudy CUEVAS CIPRIANO
- 1.2. Grado Académico. Doctor en Ciencias de la Educación
- 1.3 Profesión: Licenciado en Educación Secundaria
- 1.4. Institución donde labora: UNDAC
- 1.5. Cargo que desempeña: .Docente Principal
- 1.6. Autor del instrumento: ... Jaime MAMANI LIPA,

II. VALORACIÓN:

El presente formato tiene por finalidad de validar los diferentes ítems del instrumento presentado por el investigador por favor marca con un aspa (X) o cruz (+) según su apreciación:

INDICADOR ES	CRITERIOS	Insuficient e	Regular	Bien	Excelente
1. Claridad	Los ítems están formulados con lenguaje apropiado que facilita su comprensión.				X
2. Objetividad	Los ítems están expresados en conductas observables y medibles				Х
3. Actualidad	Los ítems están adecuados a los avances de la ciencia y tecnología			Х	
4. Consistencia	Los ítems guardan una relación lógica con la variable de estudio.				Х
5. Coherencia	Los ítems esta relacionados con la dimensión e indicadores.			Х	
6. Pertinencia	Los ítems son aplicables para la investigación propuesto.				Х
7. Suficiencia	Los ítems son suficientes en cantidad y calidad para aplicación.			Х	

III. RESULTADOS:

a. Resultados del experto:

Favorable	Debe mejorar	No favorable
Х		

- b. Valoración total: 87% favorable
- c. Opinión de aplicabilidad o observaciones

Ninguna

Dr. Oscar Eugenio PUJAY CRISTOBAL

Matriz de consistencia

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES, DIMENSIONES E INDICADORES	MÉTODO Y DISEÑO
General ¿Cómo influye las estrategias heurísticas en el desarrollo del rozamiento matemático en tiempos de pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco - 2021? Específicos: ¿Cómo las estrategias	quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021. Específicos: Determinar las estrategias	General La estrategia heurística influye óptimamente al desarrollo del razonamiento matemático en tiempos de pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021. Específicos Las estrategias heurísticas influencia de la la la companya de la la companya de la lacente de lacente de la lacente de lacente de lacente de la lacente de lacente de lacente de lacente de lacente de la lacente de lacen	Variable Independiente X: Estrategias heurísticas Dimensiones - Desarrollo del contexto del problema - Identifica las variables Presenta la solución del problema Indicadores - Identifica el problema del contexto Define el problema del contexto - Selecciona las variables Discrimina las variables.	Tipo de investigación. Según Baena (2017) el tipo de investigación será el estudio de campo por caracterizarse de ser una investigación científica y experimental. Método. El método básico que se empleará en esta investigación será el método científico, observación y método estadístico. El análisis de estructura de correlación entre las variables de estudio. Diseño de investigación: El diseño a utilizarse será cuasiexperimental con dos grupos
heurísticas influyen en el razonamiento numérico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco - 2021?	estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.	influyen positivamente en el razonamiento numérico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.	 - Discrimina las variables. - Sistematiza la información - Presenta el método para la solución. - Plantea propuestas al problema expuesto. 	naturales con pretest y doble postest con datos cuantitativos y cualitativos que se recolectará en dos momentos. El bosquejo será: $\begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
• ¿Cómo las estrategias heurísticas influyen en el razonamiento algebraico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco - 2021?	 Determinar las estrategias heurísticas que influyen en el razonamiento algebraico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021. Determinar las estrategias heurísticas que influyen en el 	durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021.	Variable dependiente: Y: Aprendizaje de la matemática. Dimensiones - Razonamiento numérico - Razonamiento algebraico - Razonamiento geométrico Indicadores - Manipula los símbolos numéricos	Población y muestra La población de estudio lo constituirán los estudiantes matriculados en la Institución Educativa Emblemática Daniel Alcides Carrión del del quinto grado de educación secundaria. Se considera una muestra no probabilística). Será una muestra a conveniencia, ya que la elección de los elementos no dependerá de la probabilidad.
• ¿Cómo las estrategias heurísticas influyen en el razonamiento geométrico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco - 2021	razonamiento geométrico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021	Las estrategias heurísticas influyen positivamente en el razonamiento geométrico durante la pandemia en los estudiantes del quinto grado de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, Pasco – 2021	 Realiza correctamente las operaciones. Precisión en las respuestas. Felicidad de pasar del lenguaje formal al algebraico. Facilidad para comprender el lenguaje algebraico. Precisión en las respuestas 	$\begin{aligned} &\textit{Tratamientos estadísticos} \\ &\text{Se utilizará la estadística descriptiva para analizar los datos de concentración y dispersión.} \\ &\text{Los modelos estadísticos pata la prueba de hipótesis serán:} \\ &t_{\textit{Obtenido}} &= \frac{\overline{X}_{\textit{obtenido}} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \qquad \qquad \overset{T}{\underset{i}{=}} \frac{\frac{X - \mu}{\sigma}}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{X_{i} - \mu_{i}}{\sigma_{i}}\right)^{2}}} \\ &\overset{\text{Tendelo}}{\xrightarrow{\text{Tendelo}}} &\overset{\text{Tendelo}}$