

UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

SECUNDARIA



TESIS

**Aplicación del software GeoGebra en el estudio de función cuadrática
de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa Ernesto
Diez Canseco – Yanahuanca**

**Para optar el Título Profesional de:
Licenciado en Educación
Con mención: Matemática - Física**

Autores: Bach. Meyer Pekker RAMOS FRETTEL

Bach. Ronald Luis VILLENA GORDIANO

Asesor: Mg. Victor Luis ALBORNOZ DAVILA

Cerro de Pasco – Perú – 2023

UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN

FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN

ESCUELA DE FORMACIÓN PROFESIONAL DE EDUCACIÓN

SECUNDARIA



TESIS

**Aplicación del software Geogebra en el estudio de función cuadrática
de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa Ernesto
Diez Canseco – Yanahuanca**

Sustentada y aprobada ante los miembros del jurado:

**Dr. Oscar Eugenio PUJAY CRISTOBAL
PRESIDENTE**

**Mg. Jorge BERROSPI FELICIANO
MIEMBRO**

**Mg. Abel ROBLES CARBAJAL
MIEMBRO**

DEDICATORIA

Dedicamos a nuestros padres y seres queridos
por su apoyo en nuestra formación, profesional
en Matemática - Física.

AGRADECIMIENTO

Agradecemos mucho a la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión por abrirnos las puertas para mejorar nuestros conocimientos en la Formación profesional en Matemática-Física, así mismo a nuestros profesores por la paciencia durante los cinco años de educación superior.

Agradecemos sinceramente a nuestro Asesor Mg. Luis Víctor ALBORNOZ DÁVILA; por el continuo apoyo en la culminación de nuestra investigación en Matemáticas y Física.

Nuestro agradecimiento a los docentes y estudiantes de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco de la provincia de Yanahuanca; y la información que nos brindaron para culminar nuestro trabajo de investigación y a nuestros compañeros del programa de estudios de Matemática – Física.

RESUMEN

El presente trabajo de investigación tiene como finalidad determinar la influencia de la aplicación del software GeoGebra en el estudio de función cuadráticas para los estudiantes de tercer grado de la institución educativa “Ernesto Diez Canseco”, Yanahuanca – 2021. Los instrumentos utilizados son pruebas de conocimientos relacionados con las aplicaciones de GeoGebra. Estos instrumentos son validados y sometidos a pruebas de confiabilidad. En el estudio se consideró como población el tercer grado de educación secundaria de menores y estuvo conformada por cuatro secciones; la muestra estuvo conformada por un grupo experimental (GE) de 27 estudiantes y un grupo control (GC) de 28 estudiantes. El estudio fue de diseño cuasi-experimental, con pruebas denominadas pre y post prueba. El grupo experimental utilizó el software GeoGebra para desarrollar el plan de estudios y el grupo control utilizó el método tradicional. El análisis de datos se realizó mediante estadística descriptiva, se utilizaron pruebas de hipótesis para comparar las medias de la población normal y la prueba estadística utilizada fue la distribución t de Student. La media fue de 11,93 en el grupo control y de 16,22 en el grupo experimental. Se concluye que el valor p es menor que el nivel de significación ($0.000 < 0.05$). Por tanto, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis alternativa, es decir, existen diferencias significativas en el estudio de las funciones cuadráticas tras la aplicación del software GeoGebra en el grupo experimental.

Palabra clave: Software GeoGebra/ Funciones cuadráticas/ Educación / Matemática.

ABSTRACT

The purpose of this research work is to determine the influence of the application of the GeoGebra software in the study of quadratic functions for third grade students of the educational institution "Ernesto Diez Canseco", Yanahuanca - 2021. The instruments used are tests of knowledge related to GeoGebra applications. These instruments are validated and subjected to reliability tests. In the study, the third grade of secondary education for minors was considered as a population and was made up of four sections; the sample consisted of an experimental group (GE) of 27 students and a control group (CG) of 28 students. The study was of quasi-experimental design, with tests called pre and post test. The experimental group used the GeoGebra software to develop the curriculum and the control group used the traditional method. Data analysis was performed using descriptive statistics, hypothesis tests were used to compare the means of the normal population and the statistical test used was the Student's t-distribution. The mean was 11.93 in the control group and 16.22 in the experimental group. It is concluded that the p value is less than the level of significance ($0.000 < 0.05$). Therefore, the null hypothesis is rejected and the alternative hypothesis is accepted, that is, there are significant differences in the study of quadratic functions after the application of the GeoGebra software in the experimental group.

Keywords: GeoGebra Software/ Quadratic Functions/ Education / Mathematics.

INTRODUCCIÓN

La presente investigación se titula: Aplicación del Software GeoGebra en el Estudio de Funciones Cuadráticas de los Estudiantes de Tercer Grado en la Institución Educativa Ernesto Diez Canseco - Yanahuanca. Se trata de un estudio cuasi-experimental cuantitativo. Estableciendo los Efectos de Variables: Un Estudio de Variables: Funciones Cuadráticas Utilizando el Software GeoGebra.

Este estudio tiene como objetivo determinar la influencia de la aplicación del software GeoGebra en el estudio de funciones cuadráticas para los estudiantes de tercer grado de la institución educativa “Ernesto Diez Canseco”, Yanahuanca – 2021.

Esta investigación surgió debido a que el uso de los métodos tradicionales, es decir, la enseñanza con pizarrones y rotuladores se volvió cada vez menos efectivo en el proceso de enseñanza y aprendizaje de los cursos de matemáticas para los estudiantes, con el fin de mejorarlo se aplicó el software educativo GeoGebra, que permite el desarrollo de destrezas, habilidades y patrocina el crecimiento y desarrollo de la educación matemática.

Cuando los estudiantes usan el software GeoGebra, no solo resuelven los ejercicios sugeridos, sino que también experimentan cambios en las actitudes e interacciones. Esta investigación se divide en los siguientes cuatro capítulos:

El primer capítulo revela la metodología de la pregunta, incluyendo la identificación y formulación de la pregunta, revelando los objetivos generales y específicos, mencionando la importancia y el alcance de la encuesta, y finalmente revelando las limitaciones de la encuesta.

El capítulo dos presenta el marco teórico, los fundamentos teóricos y las definiciones de los términos básicos que sustentan el estudio. En este capítulo también se desarrollan supuestos generales y específicos, variables y su operacionalización.

En el capítulo tres se describe la metodología del estudio, el método y diseño del estudio, la población y muestra, y las técnicas e instrumentos de recogida de información, y finalmente se explica el tratamiento estadístico.

El cuarto capítulo hace referencia a los resultados, desarrolla la validez y confiabilidad del instrumento, analiza los resultados obtenidos en la investigación para luego realizar la contrastación de la hipótesis plantea y deducir las conclusiones y finalmente plantear algunas sugerencias al final de la investigación.

El trabajo finaliza con la referencias y anexos, y se pone a consideración este trabajo para la revisión de los miembros del jurado, que se irá mejorando a medida que aporten.

Los autores.

ÍNDICE

DEDICATORIA

AGRADECIMIENTO

RESUMEN

ABSTRACT

INTRODUCCIÓN

ÍNDICE

CAPÍTULO I

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Identificación y determinación del problema.....	1
1.2. Delimitación de la investigación.....	3
1.3. Formulación del problema	4
1.3.1. Problema principal	4
1.3.2. Problemas específicos	4
1.4. Formulación de objetivos.....	4
1.4.1. Objetivo general.....	4
1.4.2. Objetivos específicos.....	4
1.5. Justificación de la investigación	5
1.6. Limitaciones de la investigación.....	6

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de estudio.....	7
2.2. Bases teóricas – científicas.....	14
2.2.1. Software GeoGebra	14
2.2.2. Características Principales de Software GeoGebra.....	17

2.2.3.	Estructura del software GeoGebra.....	18
2.2.4.	Ventajas del Software GeoGebra.....	22
2.2.5.	Ventajas del GeoGebra frente a otros programas	23
2.2.6.	Estudio de la función cuadrática	23
2.2.7.	Visualización del estudio en la matemática.....	25
2.2.8.	Tipos de Visualización en la Matemática	26
2.2.9.	Papel del GeoGebra en la Visualización.....	27
2.2.10.	Función Cuadrática.....	29
2.2.11.	Aplicaciones del GeoGebra en el estudio de las funciones	31
2.3.	Definición de términos básicos	33
2.4.	Formulación de hipótesis	35
2.4.1.	Hipótesis general.....	35
2.4.2.	Hipótesis específicas	35
2.5.	Identificación de variables	35
2.6.	Definición operacional de variables e indicadores.....	35

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

3.1.	Tipo de investigación	38
3.2.	Nivel de investigación.....	38
3.3.	Métodos de investigación.....	39
3.4.	Diseño de investigación	39
3.5.	Población y muestra	40
3.6.	Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	40
3.7.	Técnicas de procesamiento y análisis de datos	41
3.8.	Selección, validación y confiabilidad de los instrumentos de investigación	41

3.9. Tratamiento estadístico	44
3.10. Orientación ética	44

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Descripción del trabajo de campo	45
4.2. Presentación, análisis e interpretación de resultados	46
4.3. Prueba estadística	53
4.4. Discusión de resultados	58

CONCLUSIONES

RECOMENDACIONES

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

ANEXOS

CAPÍTULO I

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Identificación y determinación del problema

Algunas personas hoy hablan de la necesidad de estudiar. Nuestros tiempos requieren de una persona reflexiva, analítica, independiente y crítica, que sepa aplicar no solo conocimientos específicos sino estrategias reales de aprendizaje efectivo que le permitan asumir y gestionar su propio aprendizaje a lo largo de su vida.

Uno de los mayores desafíos que enfrentan los maestros de educación secundaria (principalmente los maestros de matemáticas) es enfocarse en la diversidad estudiantil a través de nuevos métodos y estrategias. Sin embargo, si bien centrarse en las diferencias individuales es uno de los principios de enseñanza más importantes, se ha esbozado en el sistema científico teórico desde el principio.

Desafortunadamente, su implementación en la práctica educativa, en todos los niveles y tipos de enseñanza, sigue siendo inadecuada.

Los nuevos profesionales deben dominar técnicas, procedimientos o herramientas que excedan los conocimientos teóricos o requisitos básicos de la disciplina. Esto significa poner en práctica la experiencia.

Si bien los docentes tienen razón y dominan los conocimientos matemáticos, no necesariamente cuentan con un manejo pedagógico para promover el aprendizaje, y la falta de innovación en las estrategias y métodos de enseñanza hace que los estudiantes no se interesen por aprender matemáticas. Una forma de abordar esto es utilizar las tecnologías de la información y la comunicación para que los estudiantes puedan responder de manera más efectiva y desarrollar diferentes habilidades, destrezas y aprendizajes, reconociendo que los recursos informáticos constituyen un importante apoyo en el proceso de aprendizaje. enseñando. porque proporcionan una variedad de estímulos.

En los países desarrollados, el uso de la tecnología es una herramienta en el proceso educativo que puede cumplir con los estándares de calidad educativa. Asimismo, se debe tener en cuenta que algunos docentes son reacios a utilizar las TIC en la enseñanza de las matemáticas porque creen que los estudiantes dejan de razonar y cuentan con los procedimientos suficientes para encontrar soluciones. Al hacerlo, los docentes se vuelven adictos a las computadoras e insisten en que los métodos de enseñanza tradicionales no conducen al aprendizaje.

Este software educativo le permite explorar situaciones matemáticas con herramientas fáciles de usar para que los estudiantes puedan posicionar, mover puntos, graficar funciones y más.

Mediante el uso del software GeoGebra, los estudiantes que participan en este estudio no solo aprenden en el salón de clases, sino que también logran coordinación entre ellos, interacción con computadoras y comunicación estándar, experiencias de aprendizaje entre estudiantes y procedimientos para resolver nuevas situaciones. Si surgen problemas, se fomentarán actitudes y estilos de aprendizaje a lo largo del camino. El software GeoGebra le permite construir puntos, vectores, segmentos de línea, funciones, funciones cuadráticas y otros temas para la educación matemática secundaria.

Con base en lo anterior, este estudio comprende la aplicación del software GeoGebra y su impacto en el aprendizaje de funciones cuadráticas para estudiantes de primero y tercer año de secundaria de la institución educativa Ernesto Diez Canseco del pequeño pueblo de Yanahuanca. Como resultado, este año se realizaron varios proyectos relacionados con la investigación a realizar, las variables directamente relacionadas con la encuesta de revisión y su desarrollo en la región de Pasco y el resto del país.

1.2. Delimitación de la investigación

El estudio se realizó únicamente en estudiantes de secundaria con menores en tercer grado de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco”, ubicada en el Jirón San Martín No. 303, de administración pública, en la localidad de Yanahuanca, en los turnos mañana y tarde, que pertenece a la Unidad de Gestión Educativa Local de Educación Daniel Alcides Carrión que atañe a la Regional de Educación de Pasco.

Desde la perspectiva la investigación se ejecutó en la asignatura de matemática en el tema de la función cuadrática utilizando el software matemático

GeoGebra. El presente trabajo de investigación se desarrolló durante dos bimestres académicos, mayo-agosto 2021.

1.3. Formulación del problema

1.3.1. Problema principal

¿Cuál es la influencia que tiene la aplicación del software GeoGebra en el estudio de la función cuadrática en los estudiantes de tercer grado de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco” de Yanahuanca – 2021?

1.3.2. Problemas específicos

- ¿Cómo incide la aplicación del software GeoGebra en el aprendizaje de las habilidades comunicativas matemáticas de la función cuadrática de los estudiantes de tercer grado de la institución educativa “Ernesto Diez Canseco” de Yanahuanca?
- ¿Cómo incide la aplicación del software GeoGebra en el aprendizaje de las habilidades de resolución de problemas de la función cuadrática de los estudiantes de tercer año de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco” de Yanahuanca?

1.4. Formulación de objetivos

1.4.1. Objetivo general

Determinar la influencia que tiene la aplicación del software GeoGebra en el estudio de la función cuadrática de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco”, Yanahuanca – 2021.

1.4.2. Objetivos específicos

- Determinar la incidencia del aprendizaje de habilidades de comunicación matemática de la función cuadrática en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco”, Yanahuanca con la aplicación del software GeoGebra.
- Determinar la incidencia del aprendizaje de habilidades de resolución de problemas de la función cuadrática en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco”, Yanahuanca con la aplicación del software GeoGebra

1.5. Justificación de la investigación

Este trabajo de investigación arroja luz sobre la importancia del software GeoGebra en matemáticas y función cuadrática para estudiantes de secundaria. Asimismo, este trabajo ayudará a mejorar las actitudes de los docentes para aprender mejor de los estudiantes e integrar recursos informáticos y metodológicos en los sistemas educativos.

Justificación teórica.

Los hallazgos de este estudio se sistematizan en recomendaciones teóricas que pueden ser utilizadas en otras instituciones de educación secundaria, particularmente en el área de Pasco, ya que el software es una herramienta que complementa el aprendizaje significativo de los estudiantes y mejora funcionalmente el rendimiento académico de los estudiantes. Métodos de enseñanza de las matemáticas para mejorar la capacidad de aprender funciones cuadráticas.

Justificación académica.

Para la capacidad y aplicación del instrumento o use la enorme utilidad del software GeoGebra para desarrollar estudiantes de secundaria que aprenden funciones

cuadráticas y habilidades matemáticas más complejas. Por lo tanto, GeoGebra servirá como un recurso educativo para analizar la efectividad del aprendizaje de los estudiantes en matemática.

Justificación practica

Este trabajo de investigación permitirá tomar medidas para ayudar en el aprendizaje de funciones cuadráticas y permitirá a los maestros aplicar el software GeoGebra para comprender mejor los problemas gráficos y proporcionar soluciones más eficientes, e interpretar los resultados de las soluciones de funciones cuadráticas. Los mapas dinámicos ayudan a desarrollar conceptos, procedimientos y actitudes y también serán un factor motivador para que los estudiantes desarrollen habilidades de autoaprendizaje fuera del aula en instituciones educativas.

1.6. Limitaciones de la investigación

Algunas dificultades se presentaron durante la elaboración del trabajo de investigación que podemos señalar:

- Acceso restringido a la Instituciones Educativas “Ernesto Diez Canseco” debido a la pandemia del Covid-19.
- Acceso restringido a la Biblioteca de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión ocasionado por el Covid-19.
- Poco trabajo de investigación relacionado con los temas de investigación del área de matemática en el tema de funciones cuadráticas en Pasco.
- Dificultad en la conexión a internet y servicio de la empresa operadora prestadora de servicios en la ciudad de Yanahuanca.
- Demasiado demora en la aprobación del proyecto de investigación por los responsables de la Facultad de Educación.

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de estudio

Internacionales

Teniendo en las siguientes investigaciones internacionales y nacionales anteriores, esta investigación se basará en el siguiente trabajo realizado durante los últimos cinco años.

Calderón (2017), en su tesis de maestría titulada: “Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del GeoGebra, presentada en la universidad de Cuenca-Ecuador”; se determinó las siguientes conclusiones:

1. La puntuación cuantitativa de los resultados del aprendizaje o las habilidades basadas en funciones lineales y cuadráticas es inferior a 10 puntos, y el grupo experimental ha progresado. No dominé el contenido de aprendizaje requerido

(10 puntos), porque los problemas de los estudiantes fueron la comprensión del lenguaje matemático, el concepto de problemas funcionales y dificultades de programación, y el funcionamiento de las herramientas de programación de GeoGebra.

2. Con el apoyo de GeoGebra, la aplicación de secuencias didácticas mejora el rendimiento del aprendizaje de funciones lineales y cuadráticas, porque hay un conjunto de actividades cuidadosamente diseñadas antes, lo que optimiza la edad de desarrollo de habilidades, crea un ambiente de aprendizaje agradable y mejora el Comunicación relacional docente-alumno, fortaleciendo las matemáticas y el razonamiento crítico.
3. El uso de secuencias didácticas apoyadas por GeoGebra sigue el método de enseñanza constructivista propuesto por el Ministerio de Educación ecuatoriano. Se observa que, bajo la guía continua de los profesores de matemáticas, los estudiantes exploran los conocimientos existentes, construyen nuevos conocimientos, aplican lo aprendido y desempeñan el papel de guía de aprendizaje.

Debárbora (2014), en su tesis de maestría titulada: “El uso del GeoGebra como recurso educativo digital en la transposición didáctica de las funciones de proporcionalidad, por la Universidad Nacional de San Martín – Argentina”; llegó a las siguientes conclusiones:

1. Se ha observado que GeoGebra como cuarto elemento (medio) en la tríada didáctica mejora gradualmente la intervención y el cuestionamiento del docente, que es propio del uso de software. A través de su uso y la intervención del docente, los estudiantes se involucran en actividades exploratorias utilizando técnicas y argumentos de forma natural y productiva.

2. Las representaciones simbólicas, gráficas, geométricas y tabulares que proporciona GeoGebra permiten la visualización, comparación, comprensión e interiorización de funciones, no solo como escalas, sino también como correspondencias, gráficas, expresiones analíticas y cambios en el contexto del problema. Desarrollar el contexto social y cultural del proceso de enseñanza.
3. Los contratos de enseñanza están cambiando gradualmente y las asignaciones de funciones impulsadas por software mejoran las relaciones interpersonales entre todos los miembros de la comunidad de aprendizaje. Además de las trayectorias dispersas, difíciles y lentas de los estudiantes en el campo de los conceptos científicos, se observa como un aspecto importante el uso continuado del conocimiento tácito, mientras que, al mismo tiempo, ocupa el conocimiento explícito. Ciencias. Además, a través del compromiso interactivo espontáneo, puede generar confianza en la oportunidad.

Arteaga, Medina, & Martínez, (2019). “El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática”; en su artículo concluyen:

1. GeoGebra es un elemento intermediario entre los estudiantes y el conocimiento matemático y los objetos de investigación, y esta relación puede ser descrita por el contenido de las tripletas estudiante en GeoGebra. Este no es solo un recurso didáctico para aplicar o verificar los conocimientos aprendidos, sino también un recurso didáctico para descubrir nuevos conocimientos bajo la guía de los profesores, que es lo que puede hacer la enseñanza de las matemáticas.
2. Ponga un ejemplo para ilustrar la aplicación de software en el proceso de enseñanza de las matemáticas en la escuela secundaria, que confirme esta

ventaja resumida en el trabajo y enriquezca las ideas rectoras o claves de la enseñanza de la aplicación de la tecnología.

Fernández, W. E. P. (2020). “*Resolución de problemas matemáticos en GeoGebra*”. En el artículo publicado llegó a las conclusiones:

1. Caracterización del problema y construcción de la investigación. El proceso de construcción de representaciones de problemas ofrece a las participantes oportunidades para cuestionar el significado de los conceptos matemáticos y encontrar otras formas de representar el problema. Por ejemplo, en la fase de comprensión del problema del agricultor, los participantes utilizan las propiedades del cuadrado para construirlo. Además, en sesiones plenarias, permite la discusión de varios conceptos y relaciones matemáticas al compartir ideas y buscar respuestas juntos.
2. Para justificar visual y empíricamente las conjeturas, los participantes usan objetos matemáticos de arrastrar y soltar y cuantificación de atributos. En este sentido, los participantes utilizan GeoGebra para encontrar información relevante sobre el comportamiento o las propiedades de un objeto midiendo sus propiedades y examinando las trayectorias de los puntos a medida que se mueven.
3. Los resultados muestran que los participantes pasaron del uso de argumentos empíricos o visuales a métodos que involucran propiedades conocidas de figuras geométricas, criterios de congruencia de triángulos o procedimientos basados en álgebra, cálculo o geometría analítica. Además, hicieron diferentes afirmaciones al probar sus suposiciones.

Nacionales

Rodríguez. (2019), en su tesis: “Aplicación del Software WIRIS y su Efecto en el Aprendizaje de Funciones Exponenciales en el Curso de Matemática I en los Estudiantes del primer ciclo de la Universidad Ricardo Palma”; concluye:

1. De acuerdo a los resultados obtenidos, la aplicación del software Wiris facilitó significativamente el aprendizaje de funciones exponenciales en el primer ciclo de la carrera Ricardo Parma Matemática I, con un nivel de confianza del 95%, como prueba de la hipótesis ($T\text{-cálculo} = 8659$ $T\text{-crítico}=2000$).
2. Con base en el primer supuesto específico de la encuesta, se llega a la conclusión con un nivel de confianza del 95%. En base a los resultados obtenidos, la aplicación de software Wiris mejora significativamente las habilidades comunicativas matemáticas específicas para el aprendizaje de funciones exponenciales. Curso de matemáticas de pregrado de la Universidad Ricardo Palma como se muestra en la prueba de hipótesis (cálculo T 8,953 T -crítico 2,000).
3. De acuerdo con la segunda hipótesis específica de la investigación, se concluye de los resultados obtenidos que la aplicación del software Wiris mejora significativamente la capacidad de modelado matemático de los estudiantes del curso Matemáticas I para aprender funciones exponenciales. El primer ciclo de la Universidad Ricardo Parma, como se muestra en los resultados de la comparación hipotética (calculado T -9.512 crítico T -2.000).
4. Con base en la tercera hipótesis específica del estudio, podemos concluir con un 95% de confianza que la aplicación de software Wiris mejora significativamente la capacidad de resolver problemas específicos de funciones

exponenciales en el curso de Matemáticas I. Resultados hipotéticos para comparación (T calculado es 7.866 T-crítico 2.009).

Juárez (2019). Desarrollo la tesis: “Aplicación del software GeoGebra para desarrollar competencias matemáticas en estudiantes de secundaria en una institución educativa en Tumbes, 2019”; en la cual concluye en su trabajo:

1. En cuanto al desarrollo de las habilidades matemáticas de los estudiantes de secundaria de una institución educativa de Tumbes, en la Tabla 3, el grupo control encontró que el nivel de conocimientos generales de los estudiantes fue del 10%, menos del 15%, mientras que el grupo experimental planteó que el nivel normal fue 23% y el nivel insuficiente fue 10% 10% 77%. Use los resultados en la Tabla 04 para confirmar esto, valores dados para $t = 1,941$ y $p = 0.066 > 0.05$.
2. En cuanto al desarrollo de la habilidad matemática de los estudiantes de secundaria de una institución educativa de Tumbes, existen diferencias significativas entre ambos grupos en el post-test. En la Tabla 5 se puede observar que el nivel de conocimientos generales de los estudiantes del grupo control es del 100%, mientras que el nivel de conocimientos generales del grupo experimental es del 85%, y el nivel bueno es del 15%; dados los valores de $t = -6,823$ y $p =$, el resultado de confirmación es $0,000 < 0,05$.
3. En cuanto al desarrollo de la habilidad matemática de los estudiantes de secundaria de una institución educativa de Tumbes, existe una diferencia significativa entre el pretest y el posttest del grupo control. En la Tabla 7, el pretest mostró que el nivel de conocimientos generales de los estudiantes fue del 46%, inferior al 54%. En el post-test mi nivel regular es 100% dado

valores de $t = -5.680$ y $p = 0.000 < 0.05$, utilice los resultados de la Tabla 08 para confirmarlos.

4. El pre-test y post-test del grupo experimental mostró que existían diferencias significativas en el desarrollo de la habilidad matemática de los estudiantes de secundaria de una institución educativa de Tumbes. En la Tabla 9, el pre-test muestra que el nivel de conocimiento de los estudiantes es del 23%, y el post-test es inferior al 77%. En el medio, obtuve 85% normal y 15% bueno. Los resultados para los valores dados en la Tabla 10 confirman que es $t = -7.287$ y $p = 0.000 < 0.05$.

Flores. (2017). Desarrollo el trabajo: “Efectos del Programa GeoGebra en las capacidades del área de matemática de los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Rafael Belaunde Diez Canseco-Callao, 2016”. En su tesis concluye:

1. El efecto del proyecto GeoGebra ha mejorado significativamente la habilidad de los estudiantes en el campo de las matemáticas en el grupo experimental del cuarto grado de la institución educativa Rafael Belaunde Diez Canseco-Callao. La significancia estadística de $P=0,000$ en 2016 es inferior a $\alpha=0,05$ ($p<\alpha$) y $Z=-5,688$ es inferior a $-1,96$ (punto crítico).
2. El efecto del proyecto GeoGebra ha mejorado significativamente las habilidades de comunicación y expresión de los estudiantes del grupo experimental de cuarto grado de la institución educativa Rafael Belaunde Diez Canseco-Callao. En 2016, la significancia estadística fue $p = 0,000$ y menor a $\alpha = 0,05$ ($p < \alpha$) y $Z = -5,450$ fue menor a $-1,96$ (punto crítico).
3. El efecto del proyecto GeoGebra ha mejorado significativamente la capacidad de formulación y aplicación de estrategias de los estudiantes del grupo

experimental de cuarto grado de la institución educativa Rafael Belaunde Diez Canseco-Callao. En 2016, la significación estadística para $p = 0,000$ o menos fue mayor que $\alpha = 0,05$ ($p < \alpha$) y $Z = -5,166$ fue menor que $-1,96$ (punto crítico).

4. El efecto del proyecto GeoGebra ha mejorado significativamente la capacidad de razonamiento y argumentación del grupo experimental de cuarto grado de la institución educativa Rafael Belaunde Diez Canseco-Callao en la generación del pensamiento matemático. La significancia estadística en 2016 es $p=0.049$ menor que $\alpha=0.05$ ($p<\alpha$), $Z=-2.677$ menor que -1.96 (punto crítico).

2.2. Bases teóricas – científicas

2.2.1. Software GeoGebra

El software GeoGebra fue creado por Markus Hohenwarter en 2002 mientras estudiaba una maestría en la Universidad de Salzburgo, Austria. El software tomó rápidamente al mundo por asalto, con una gran cantidad de voluntarios que se unieron al proyecto para desarrollar nuevas funciones, materiales de aprendizaje interactivos y traducir el software a docenas de idiomas. Actualmente, el GeoGebra Research local cuenta con una comunidad de profesores investigadores que se comunican entre sí a través del Instituto Internacional GeoGebra.

Según Torres y Racedo (2014, p. 87), mencionan que el software GeoGebra es un software matemático interactivo que combina dinámicamente geometría, álgebra y cálculo y brinda rendimiento, gráficos y análisis de datos que permite vincular dinámicamente gráficas, álgebra y hoja de cálculo. visualizaciones.

En los últimos años, el software GeoGebra se ha posicionado como software libre para la enseñanza dinámica de las matemáticas en todo el mundo. Ofrece más recursos para geometría, álgebra, cálculo, estadística y física,

combinados con nuevas herramientas y mejores diseños, y continúa mejorando y actualizando su funcionalidad GUI, convirtiéndolo en un favorito diario entre la comunidad de usuarios.

GeoGebra es un programa dinámico para la enseñanza de las matemáticas en la educación de estudiantes de todos los niveles, que proporciona la representación de diversos objetos desde todas las perspectivas posibles: diagramas en tablas y hojas de cálculo, vistas algebraicas, estadísticas y organizativas, tablas dinámicas y datos de enlace.

El software GeoGebra, además de ser gratuito y fácil de aprender, la característica más destacable es la percepción dual de los objetos, ya que cada objeto tiene dos representaciones, una en la vista gráfica (Geometría) y otra en la vista algebraica (Álgebra). Crea un vínculo permanente entre los símbolos algebraicos y las figuras geométricas.

Asimismo, debemos entender que las tecnologías digitales abren nuevos caminos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, no solo para obtener información, sino también para permitir que los estudiantes expresen y exploren problemas matemáticos. En este caso, en la formación matemática de los estudiantes, los docentes pueden promover y buscar el desarrollo de diferentes estrategias y métodos para hacer frente a las dificultades en el aprendizaje de conceptos o la resolución de problemas (Poya, 1945).

Resolver problemas matemáticos no es un simple proceso mecánico o algorítmico. En cambio, los estudiantes deben desarrollar el hábito de hacer preguntas para resolver problemas. Por ejemplo, el uso de sistemas de geometría dinámica (SGD) como GeoGebra se puede utilizar para integrar los procesos involucrados en la resolución de problemas, ya que son entornos de software

diseñados para combinar dinámicamente e interactivamente la geometría euclidiana, es decir, para generar representaciones. La dinámica de problemas puede ser una fuente de descubrimiento de soluciones.

Por otro lado, diferentes propuestas curriculares enfatizan la resolución de problemas en un entorno digital (NCTM, 2000; 2009). Por lo tanto, en este estudio, GeoGebra se utilizará para integrar el proceso de resolución de problemas, ya que los problemas se pueden explorar desde diferentes perspectivas a través de modelos dinámicos, que incluyen representaciones gráficas, numéricas, tabulares y algebraicas, así como funciones cuadráticas de segundo orden, para facilitar la búsqueda. Se utiliza para la formación de patrones, relaciones y conjeturas. Además, fomenta las conjeturas a partir de la información visual al medir la longitud de los segmentos de línea, la ubicación de los puntos medios en un plano, la magnitud de los ángulos, el perímetro o el área de los polígonos, y más. Todas estas funciones también brindan la capacidad de hacer conexiones entre varios objetos matemáticos.

El núcleo del proyecto de investigación es que los estudiantes vean el problema como una plataforma desde la cual pueden construir y adquirir estrategias en el proceso de solución (Schoenfeld, 1985). Santos-Trigo y Camacho-Machín (2011) argumentan que GeoGebra permite a los solucionadores de problemas desarrollar su pensamiento matemático como un medio para comprender e investigar problemas. En la fase de comprensión del problema, debe identificar los objetos matemáticos involucrados y determinar sus propiedades matemáticas. Luego se debe construir un modelo dinámico para representarlo. Esta es la base del problema de investigación porque el comportamiento de las propiedades de los

objetos matemáticos se puede observar dibujando y se debe determinar la fórmula de la conjetura (Hölzl, 2001).

2.2.2. Características Principales de Software GeoGebra

- Tiene características típicas del Programa de Geometría Dinámica (DGS) y el Programa de Cálculo Simbólico (CAS). Incorpora su propia hoja de cálculo, un sistema de distribución de objetos en capas, y los objetos se pueden animar manual o automáticamente.
- Crea páginas web dinámicas a partir de estructuras creadas con GeoGebra simplemente seleccionando la opción apropiada del menú proporcionado.
- Permite abordar otros aspectos de la geometría y las matemáticas a través de la experimentación y manipulación de diferentes elementos, facilitando la realización de constructos para inferir resultados y propiedades a partir de la observación directa.
- Es gratuito y de código abierto.
- Disponible en español, incluye manual de ayuda.
- Foros disponibles en varios idiomas, incluido el español.
- Proporciona un wiki donde puedes compartir tus propios logros con otros.
- Multiplataforma con Java, lo que garantiza la portabilidad a los sistemas Windows, Linux, Solaris o MacOS X.
- GeoGebra está diseñado con pensamiento colaborativo.
- Fomenta que los estudiantes trabajen de forma independiente, debido a su curiosidad innata, pueden aprender y trabajar sin la ayuda de un maestro.

- Ayude a los estudiantes a aprender a su propio ritmo y estilo, ya que realizarán las actividades solos y podrán trabajar de acuerdo con sus habilidades.
- Permitir que los docentes desarrollen actividades educativas divertidas e innovadoras.
- Trabajo en equipo creativo, ya que los profesores pueden organizar actividades grupales que se complementan con las tareas de todos los miembros del grupo.
- Mejora la comprensión lectora y matemática de los estudiantes y pueden observar fácilmente todos los parámetros de la investigación teórica.
- Si el software está instalado en una computadora, tableta, teléfono inteligente, computadora portátil, etc., puede usarse en línea (no requiere instalación, pero requiere conexión a Internet) o sin Internet.
- Los objetos matemáticos se pueden presentar en diferentes vistas: vista de álgebra, vista de gráfico 2D, vista de gráfico 3D, vista CAS, hoja de cálculo y probabilidad.

2.2.3. Estructura del software GeoGebra

El software en su página de inicio tiene los siguientes componentes principales: barra de menú, barra de herramientas, barra de entrada, vista de álgebra, vista de gráfico y hoja de cálculo. (ver imagen 1).

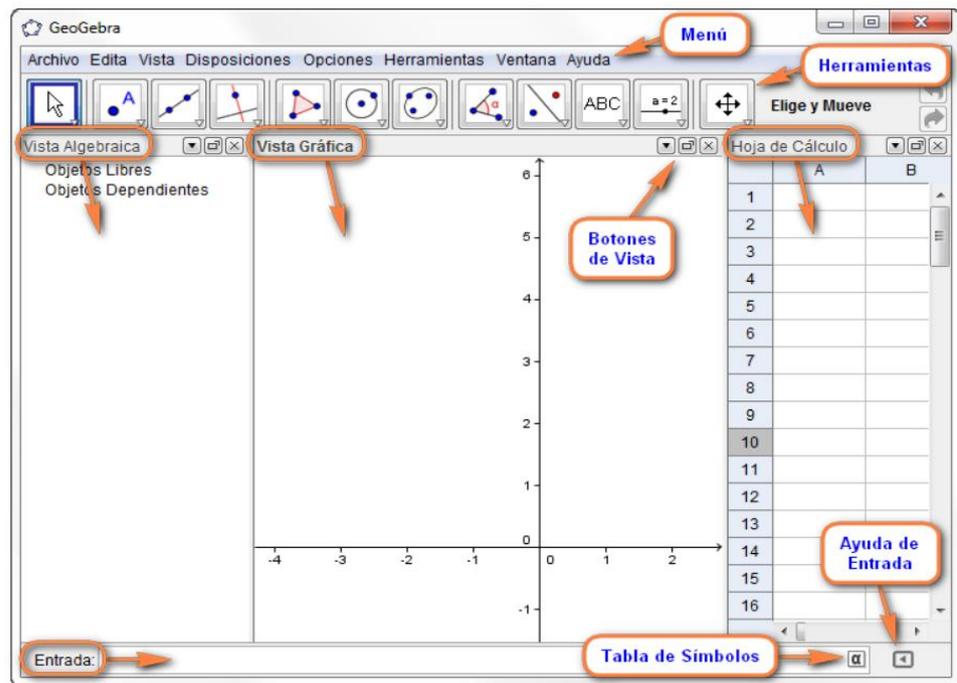


Figura 1. Componentes principales del GeoGebra.

- a) Barra de menú. Es una barra que contiene opciones de archivo, edición, vistas, opciones, herramientas, ventanas y ayuda. Nos permite ejecutar aplicaciones a través de los tutoriales de esta opción, como guardar y abrir archivos, editar imágenes, cambiar tipos de vista, configurar barras de herramientas, crear nuevas ventanas y obtener ayuda del programa de gestión.
- b) Barra de herramientas. En esta barra se ubican diferentes opciones para dibujar figuras geométricas como puntos, líneas, triángulos, rectángulos, etc. Lo mismo se puede observar en la vista gráfica del programa. Además, le permite rehacer o deshacer acciones (esta opción le permite corregir o rehacer acciones específicas, que se encuentran en el lado derecho de la barra y tienen formas de flecha en direcciones opuestas).
- c) Campo de entrada. Situado en la parte inferior de la pantalla, permite introducir representaciones algebraicas de puntos, rectas, planos, superficies, etc.

- d) Vista GeoGebra. Vista de hoja de cálculo. En este tipo de vista, puede ver celdas, similar a las celdas de un programa de Excel, cada celda tiene un nombre específico, puede ingresar números y otros objetos que GeoGebra puede usar, y aparece en el gráfico El lado izquierdo de la vista, al que puede acceder desde una pestaña con una flecha en el borde derecho de la vista del gráfico o a través de la barra de menú en las opciones de vista. (Ver Figura 2).

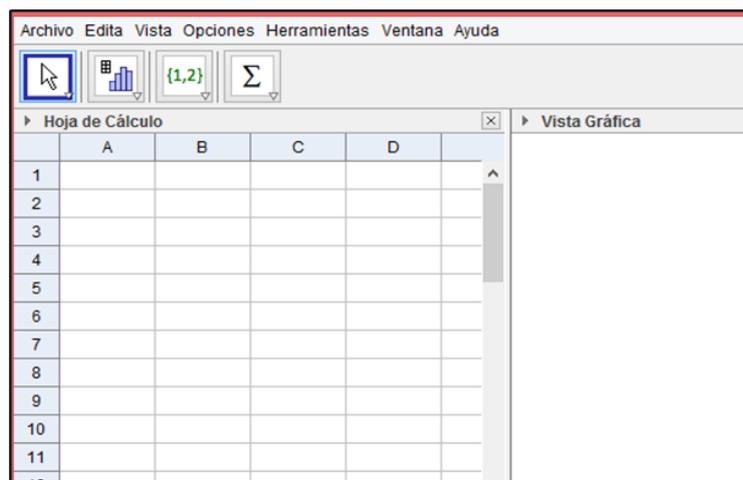


Figura 2. Vista Hoja de Cálculo.

- e) Vista Gráfica. En esta vista, se pueden construir y observar diferentes tipos de geometrías y funciones usando las herramientas de construcción en la barra de herramientas o ingresando comandos específicos a través del campo de entrada. (Ver Figura 3).

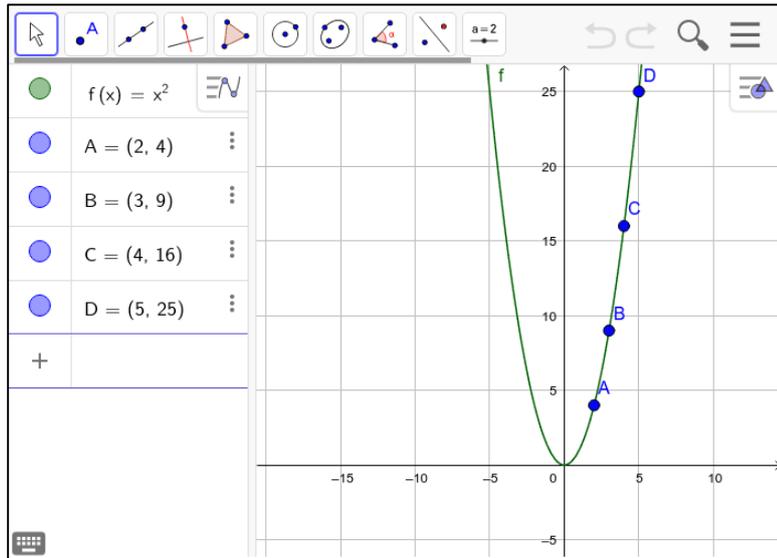


Figura 3. Vista Gráfica.

- f) Vista gráfica 3D. Se puede construir objetos de tres dimensiones y cambiarlos dinámicamente (ver Fig. 4).

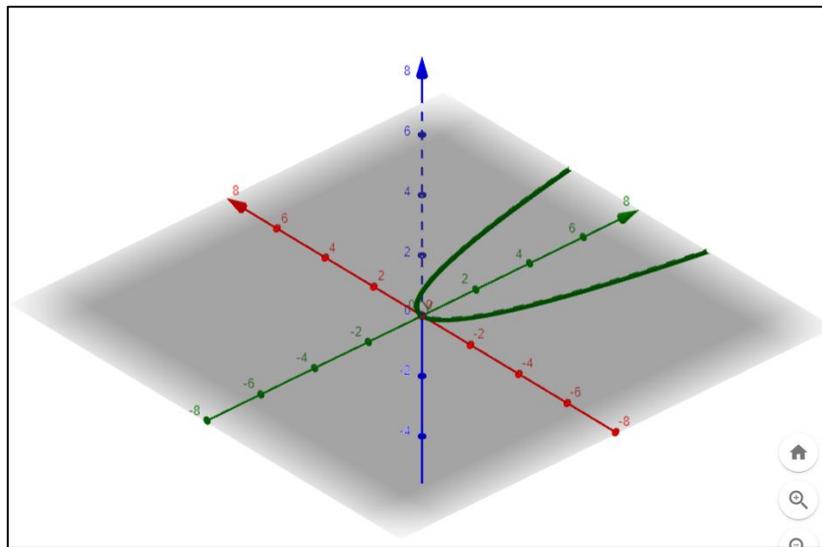


Figura 3. Vista gráfica 3D

2.2.4. Ventajas del Software GeoGebra

El software GeoGebra beneficia a estudiantes y profesores por igual con los siguientes beneficios:

- a) GeoGebra es un software multifuncional, fácil de usar, ambiente de trabajo muy agradable, los usuarios pueden hacer gráficos de buena calidad, operación simple y rendimiento visual mejorado.
- b) Debido a su naturaleza de software gratuito, es un recurso de fácil acceso.
- c) Permitir diversas construcciones geométricas y representaciones algebraicas. También se pueden realizar cálculos sobre el tamaño de estructuras geométricas (longitud, área y volumen) y cálculos algebraicos (resolución de ecuaciones, desigualdades), así como el cálculo de derivadas e integrales.
- d) GeoGebra ayuda a comprender, profundizar y mejorar las observaciones, así como a analizar las propiedades de las funciones geométricas.

Incorporación del software GeoGebra en las clases de matemáticas.

Costa (2011) menciona que la mayoría de los estudiantes que utilizan GeoGebra y utilizan la matematización inducida inmediatamente comienzan a desarrollar habilidades de visualización y manipulación de conceptos matemáticos dentro del entorno de visualización y manipulación del software, a diferencia de la forma tradicional en que los estudiantes aprenden a resolver problemas estandarizados, lo que refleja y comprende. de conceptos matemáticos no están garantizados.

GeoGebra ayuda a mejorar la actividad fundamental de las matemáticas, la resolución de problemas, ya que brinda diferentes estrategias para la elaboración de enunciados, promueve la exploración dinámica de situaciones y brinda diversas ayudas y nuevas soluciones, por lo que es necesario que los docentes propongan

diferentes situaciones, para que los estudiantes pueden usar las matemáticas para predecir resultados y procesos, y luego proponer soluciones a problemas cotidianos.

2.2.5. Ventajas del GeoGebra frente a otros programas

GeoGebra se diferencia de este tipo de programas informáticos por ser un programa de software libre y, por tanto, de descarga gratuita. Además, su entorno de trabajo es fácil de aprender para profesores y estudiantes y puede crear actividades muy interesantes. Por otro lado, con GeoGebra no solo podemos tratar contenidos geométricos, sino también realizar actividades relacionadas con el álgebra, análisis funcional, estadística, computación, etc.

2.2.6. Estudio de la función cuadrática

Las dimensiones epistemológicas y teóricas de todo conocimiento humano son fundamentales. Especialmente en el campo de la educación, representa una responsabilidad académica, pues promueve la comprensión conceptual de sus objetos de investigación y permite establecer un marco analítico e interpretativo para abordar el fenómeno. De manera preocupante, en el campo de lo que hace la educación, como una de las muchas formas en que se genera conocimiento en la educación, el posicionamiento epistemológico de varios tipos de conocimiento a menudo no se considera o al menos no se articula. El método se basa en el desarrollo de sus métodos y técnicas.

En este contexto, es necesario analizar el concepto de aprender o aprender para comprender y relacionar el aprendizaje de las matemáticas en el nivel secundario.

Coll & Solé (2001) se refiere al aprendizaje como el proceso de adquisición de conocimientos, a través de la experiencia, o en la forma de ser o actuar para

generar nuevas enseñanzas sobre conocimientos, habilidades, actitudes o valores; conectando contexto para lograr un ser más completo. aprende a aprender. "

Acosta (2014, p. 55) mencionó que el aprendizaje es un proceso de adquisición de una tendencia relativamente persistente a cambiar la percepción o el comportamiento con base en la experiencia.

Ver el concepto de aprendizaje de un niño como la capacidad de reflejar y regular el aprendizaje es un proceso que cambia con la experiencia de aprendizaje en las diferentes etapas de la educación. (Kerry, 1985). Flavell (1987) se refiere al término metacognición como una forma de reflexión sobre las características de los estudiantes, las tareas de aprendizaje y las estrategias de aprendizaje disponibles. Las creencias de aprendizaje afectan el rendimiento académico de los estudiantes porque tener una u otra creencia conduce a diferentes formas de realizar las tareas.

El autor Vermunt (2002) define las estrategias de aprendizaje como una serie de actividades de pensamiento que los estudiantes utilizan para aprender. La teoría de Vermunt enfatiza las diferencias individuales de los estudiantes de educación superior. Utiliza el término "estudio de los estilos de aprendizaje" para englobar todos los procesos cognitivos y ajustes estratégicos cuyo eje principal no es solo el aprendizaje conceptual sino también el motivacional.

Existen varias teorías actuales sobre el comportamiento humano, y las teorías del aprendizaje intentan explicar los procesos internos por los que aprendemos, como la adquisición de habilidades intelectuales, la adquisición de información o conceptos, las estrategias cognitivas, la motricidad o las actitudes.

2.2.7. Visualización del estudio en la matemática

A continuación, introducimos de forma exhaustiva algunos aspectos relacionados al estudio de la matemática en este caso a la función cuadrática.

Respecto a la importancia de la visualización y sus componentes, no entraremos en detalle en futuras experiencias debido a la cantidad de trabajo.

Percepción visual

La percepción visual se utiliza para identificar, clasificar, organizar, almacenar y recordar información presentada visualmente. Según investigaciones en esta área (Presmeg, 1986, Bishop, 1989, Del Grande 1990), podemos encontrar tres componentes de visualización diferentes:

- Imágenes mentales.
- Procesos.
- Habilidades

Imágenes mentales

El elemento central fundamental de todos los conceptos de la percepción visual es la imagen mental, la representación mental que uno puede hacer de objetos físicos, relaciones, conceptos, etc. (Gutiérrez 1991) En el contexto de las matemáticas, Presmeg (1986) descubrió varios tipos de imágenes mentales:

- Imágenes específicas.
- Imágenes de fórmulas.
- Imágenes de patrones.
- Imágenes cinéticas.
- Imágenes dinámicas.

Procesos

Según la distinción realizada por Bishop (1989), una imagen visual (física o mental) es el objeto que se manipula en la actividad de visualización, y para Bishop esta manipulación se realiza según dos tipos de procesos:

- Procesamiento visual.
- Interpretación de información metafórica.

Habilidades

Del Grande (1990) proporciona una lista bastante detallada de capacidades que pueden integrar la percepción espacial personal.

- Coordinación de los movimientos oculares.
- Identidad visual.
- Mantenerse al tanto.
- Identificar ubicaciones espaciales.
- Identificar relaciones espaciales.
- Discriminación visual.
- Memoria visual.

2.2.8. Tipos de Visualización en la Matemática

Kruettskii (1976) señaló que, en base a sus características resoluciones, los estudiantes se pueden dividir en tres categorías:

- *El visual o geométrico*, Compuesto por personas con una habilidad especial para interpretar visualmente relaciones matemáticas abstractas, caracterizadas por su insistencia en usar esquemas visuales incluso cuando los problemas podrían resolverse fácilmente por otros métodos.
- *El no visual o analítico*, Formado por alumnos que no necesitan ningún tipo de apoyo visual para trabajar esquemas abstractos.

- *El intermedio o armónico*, Formado por estudiantes que equilibran los enfoques visuales y analíticos para la resolución de problemas.

En otras palabras, algunos estudiantes tienen una clara preferencia por el aspecto visual de las matemáticas, algunos se sienten fuertemente atraídos por su componente analítico y algunos tienen una combinación armoniosa de estas dos preferencias.

En general, los programas de enseñanza se enfocan muy poco en los aspectos visuales de las matemáticas (a excepción del contenido de geometría) y se enfocan casi por completo en su parte analítica. En un estudio reciente se encontró que los estudiantes que aprobaron un curso de cálculo que enfatizaba la manipulación de fórmulas no reconocían los conceptos en estudio cuando se les presentaban diagramas y problemas prácticos relevantes a su entorno (Vinner, 1991, p. 65) - 79). Es decir, las experiencias de aprendizaje que involucran representaciones visuales relacionadas con conceptos matemáticos son necesarias para integrar conceptos con aplicaciones relacionadas con su contexto. El descuido de las consideraciones de percepción visual en la enseñanza a menudo se debe a la falta de materiales didácticos procesables, la pérdida excesiva de información sobre el rendimiento en libros o pizarras y la falta de educación para estudiantes y profesores sobre habilidades de visualización.

2.2.9. Papel del GeoGebra en la Visualización

GeoGebra es un material instructivo que facilita la visualización de contenido matemático y mejora la comprensión de conceptos y procedimientos. La visualización de conceptos relacionados con funciones completa expresiones algebraicas a través de representaciones geométricas de determinados objetos matemáticos. En particular, usaremos GeoGebra para representar la tasa de cambio

media, la derivada, la monotonía, los extremos y la concavidad de una función. La percepción visual de determinados conceptos permitirá integrarlos en conocimientos previos. Los estudiantes podrán relacionar la informática con su contexto. GeoGebra es una herramienta ideal para desarrollar habilidades visuales ya que permite representar información abstracta de forma rápida y sencilla en imágenes visuales.

Las dificultades para comprender ciertos conceptos analíticos, como la tasa de variación media, las derivadas, la monotonía o la concavidad, no nos animan a pensar en mecanismos de enseñanza para superar estas dificultades. Basándonos en el modelo descrito por Pirie y Kieren (1994), examinaremos la evolución de la comprensión del contenido matemático para integrar completamente las imágenes conceptuales y las definiciones en la mente de los estudiantes.

Nuestro objetivo es resaltar la importancia de GeoGebra para alcanzar fácilmente niveles más altos que los estudiantes no podrían alcanzar sin la ayuda de esta herramienta. El modelo de Pirie y Kiere (1994) establece que la comprensión matemática de un individuo particular sobre un tema matemático particular evoluciona a través de ocho niveles subyacentes.

Estrato 1: Conocimiento primitivo. Este conocimiento consiste en experiencias personales, pensamientos y percepciones en situaciones reales.

Estrato 2: Creación de imagen. Realizar acciones (físicas o mentales) para crear ideas para nuevos temas o conceptos.

Estrato 3: Comprensión de la imagen. En este nivel, los estudiantes encuentran necesario reemplazar las imágenes asociadas con una sola actividad con imágenes mentales.

Estrato 4: Observación de la propiedad. Los estudiantes examinan una imagen mental e identifican diferentes propiedades asociadas con esa imagen, observando las propiedades internas de una imagen en particular y las diferencias, combinaciones o conexiones entre diferentes imágenes mentales.

Estrato 5: Formalización. Los estudiantes conocen las propiedades de la naturaleza común de las clases de imágenes abstractas, abandonan el origen de la actividad mental y eventualmente producen una definición matemática completa.

Estrato 6: Observación. Los estudiantes utilizan su pensamiento formal, es decir, además de poder combinar definiciones, ejemplos, teoremas y pruebas para identificar componentes fundamentales, conectar ideas y abarcar medios, también produce expresiones lingüísticas cognitivamente relevantes, sobre conceptos formalizados entre estas ideas.

Estrato 7: Estructuración. Los estudiantes pueden explicar la interrelación de estas observaciones a través de un sistema axiomático.

Estrato 8: Invención. Los estudiantes pueden liberarse del conocimiento estructurado que representa una comprensión total y crear problemas completamente nuevos, desarrollando así nuevos conceptos.

2.2.10. Función Cuadrática

Función. Asumiendo que A y B son dos conjuntos no vacíos, la función f de A en B es una correspondencia que asigna a cada elemento x de A un único elemento y de B tal que $y = f(x)$. " x " se llama la variable independiente, " y " se llama la variable dependiente.

Ejemplos de funciones:

a. $f(x) = 2x + 3$

b. $f(x) = x^2 - 2x + 1$

c. $f(x) = \frac{3x+1}{2x}$

Dominio de una función. El dominio de la función f es el conjunto de elementos "x" del conjunto A tal que f asigna la única "y" de B tal que $y = f(x)$, el dominio de la función f está representado por $\text{Dom}(f)$.

Rango de una función. El rango de una función es el conjunto de elementos "y" de B tal que exista un "x" de A, tal que $y = f(x)$, al rango de la función f se denota por $\text{Ran}(f)$.

Función cuadrática. Según (Larson, 2009, p. 187) una función de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $a \neq 0$ y b, c son constantes, se denomina función cuadrática.

La gráfica de una función cuadrática es una parábola.

Ejemplos de funciones cuadráticas:

a. $f(x) = x^2 + 4x + 3$

b. $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

El signo de "a" determina el sentido de la de la parábola: (ver Fig. 8)

Si $a > 0$ la parábola tiene abertura hacia arriba.

Si $a < 0$ la parábola tiene abertura hacia abajo

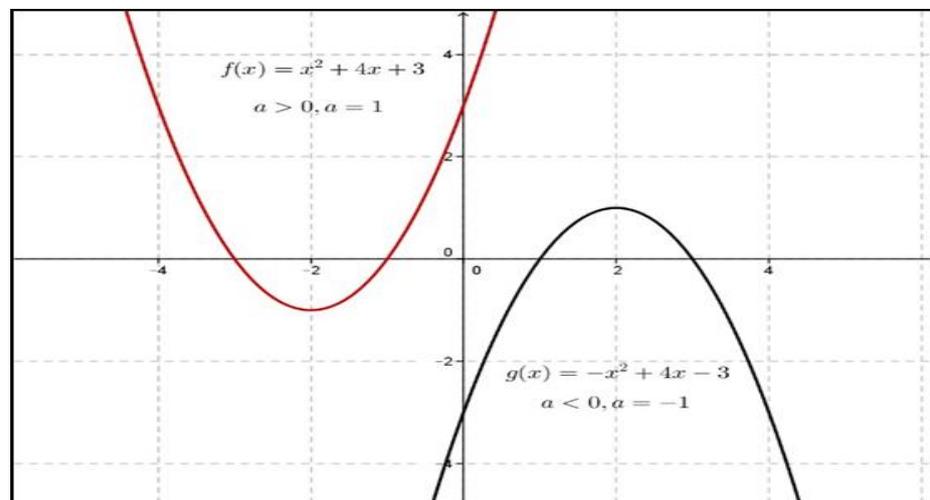
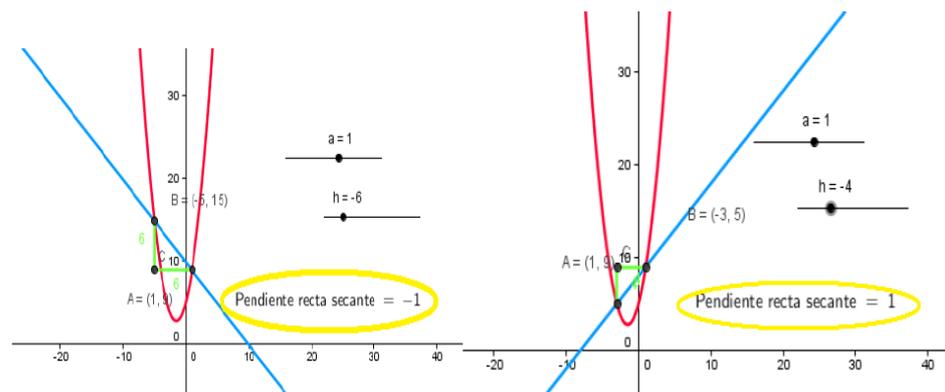


Figura 4. Gráficas de funciones cuadráticas

2.2.11. Aplicaciones del GeoGebra en el estudio de las funciones

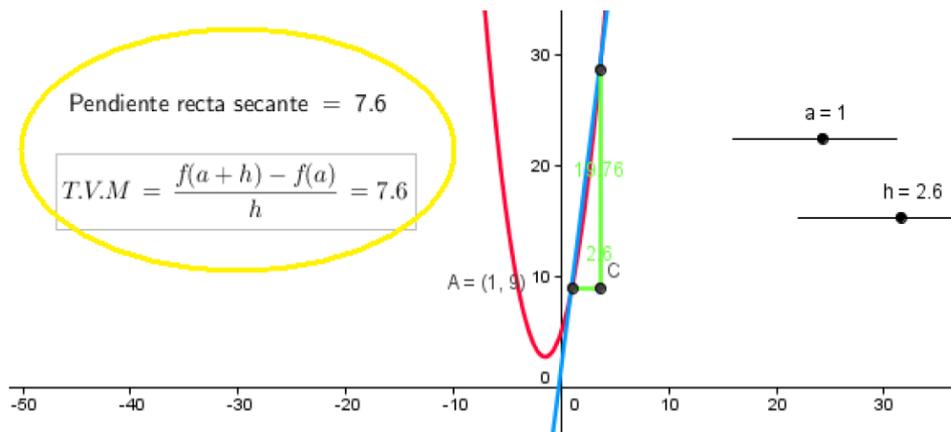
En el trabajo, se trata de explicar las matemáticas, presentar los objetivos iniciales de nuestra investigación y las posibilidades de implementación que nos ofrece GeoGebra. Finalmente, se finaliza con algunos ejemplos de aplicación aportados por los alumnos durante la experiencia.

Este programa nos permite ver cómo se mueve la secante a lo largo de la curva cambiando los valores extremos del intervalo, cambiando así su pendiente. GeoGebra nos brinda imágenes con movimiento que ayudan con la visualización, que puede ser muy costosa al representar todas las líneas.



Experiencia 1

- Además, a medida que cambiamos el intervalo, los alumnos no solo pueden observar los cambios geométricos que experimenta la recta, GeoGebra también muestra el cálculo numérico de la pendiente.
- Además, los estudiantes pueden examinar cómo la pendiente de la secante es igual a la tasa de cambio promedio, independientemente del intervalo.



Es conveniente presentar a los estudiantes la fórmula de la tasa de cambio promedio introduciendo el concepto de tasa de cambio promedio a través de problemas de aplicación.

$$t. v. m f(x)_{[x_1, x_2]} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Una vez conocida la fórmula de la tasa de cambio promedio, presentamos su cálculo a través de un ejemplo numérico de un gráfico representado por GeoGebra.

Seguidamente generalizarán el cálculo de la tasa de variación media, aplicando su fórmula en un intervalo general, $[a, a+h]$.

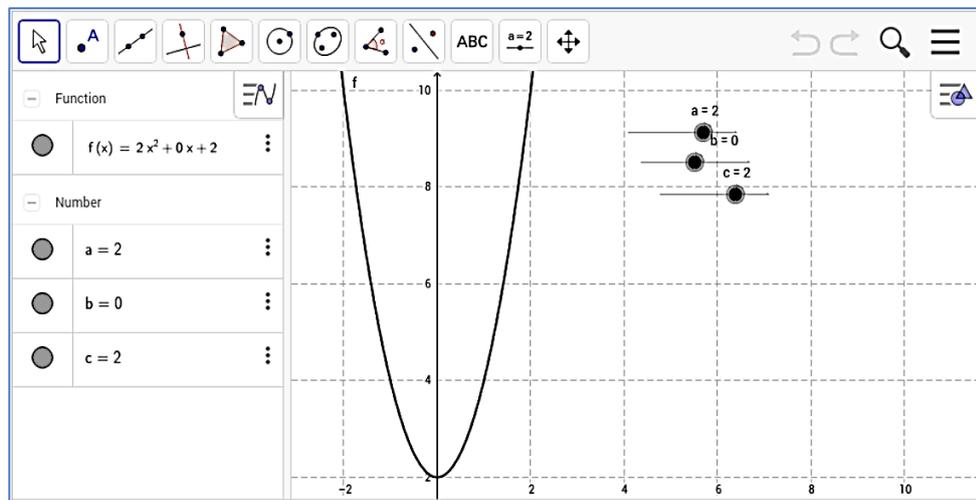
Calcula la pendiente de una línea expresada en intervalos específicos. Calcula la pendiente de la recta representada por el intervalo general $[a, a+h]$. La relación entre la pendiente de la línea y la tasa de cambio promedio.

Experiencia 2

Se define como una función polinomial de grado $n = 2$. Tiene la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde a , b y c son los coeficientes reales correspondientes al polinomio con $a \neq 0$.

En la siguiente hoja de trabajo, tenemos una representación genérica de una función cuadrática basada en los coeficientes a , b y c , que puede modificar usando

los controles deslizantes de la derecha. Contesta las preguntas que encontrarás a continuación:



2.3. Definición de términos básicos

Recurso educativo abiertos

Definimos material de enseñanza, aprendizaje o investigación que es de dominio público o publicado bajo una licencia de propiedad intelectual para uso, adaptación y distribución gratuitos.

Software

El software se considera un dispositivo lógico e inmaterial de una computadora. En otras palabras, el concepto de software abarca todas las aplicaciones informáticas, como procesadores de texto, hojas de cálculo, editores de imágenes, reproductores de audio, videojuegos, etc.

Software educativo

Definimos cómo el software educativo puede ser una herramienta educativa que logre su propósito. Software educativo, también conocido como plataformas educativas, programas educativos o computadoras educativas.

GeoGebra

GeoGebra es un software matemático gratuito en múltiples plataformas para todos los niveles educativos. Integra dinámicamente aritmética, geometría, álgebra y cálculo en un paquete poderoso y fácil de usar. Proporciona diferentes representaciones de objetos desde todos los ángulos posibles: diagramas, álgebra, estadísticas y vistas organizativas en tablas y hojas de cálculo, y tablas de datos vinculadas dinámicamente. Ha ganado muchos honores y premios de organizaciones y foros de software educativo europeos y estadounidenses.

Aprendizaje

Es el proceso por el cual una disciplina adquiere destrezas o habilidades prácticas, integra contenidos de conocimiento o adopta nuevos conocimientos y/o estrategias operativas.

Estudio

El aprendizaje es el esfuerzo de las personas por desarrollar habilidades y capacidades intelectuales a través de una variedad de técnicas de aprendizaje, incluido el análisis y desarrollo del conocimiento.

Función

Una función es una correspondencia entre dos conjuntos (conjunto inicial y conjunto final) tal que cada elemento del conjunto inicial corresponde a un elemento, y solo hay un elemento en el conjunto final.

Función cuadrática

Es una función cuya regla correspondiente es pasar una función polinomial cuadrática cuya gráfica es una parábola.

2.4. Formulación de hipótesis

2.4.1. Hipótesis general

La aplicación del software GeoGebra influye significativamente en el estudio de la función cuadrática de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco”, Yanahuanca – 2021.

2.4.2. Hipótesis específicas

- La aplicación del software GeoGebra mejora positivamente en el aprendizaje de habilidades de comunicación matemática de la función cuadrática de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco”, Yanahuanca.
- La aplicación del software GeoGebra mejora positivamente en el aprendizaje de habilidades de resolución de problemas de la función cuadrática de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco”, Yanahuanca.

2.5. Identificación de variables

V.I: Aplicación del software GeoGebra

V.D: Estudio de la función cuadrática.

2.6. Definición operacional de variables e indicadores

Tabla 1.

Aplicación del software GeoGebra.

	Dimensión	Indicadores
Software GeoGebra	Tutorial de GeoGebra mejora el aprendizaje de funciones cuadráticas.	Permite una fácil manipulación, diseño, representación gráfica y cálculo utilizando los recursos del

	software GeoGebra que ayudan a mejorar el aprendizaje de funciones cuadráticas.
Instrucciones del GeoGebra	Permite un procesamiento de resultados interactivo, dinámico y rápido.
Las definiciones funcionales permiten una visualización paso a paso del enfoque del profesor y el proceso de enseñanza.	Le permite interactuar con los elementos del software GeoGebra para resolver varios problemas de funciones exponenciales.
Aplicación de comandos algebraicos	<ul style="list-style-type: none"> - Permitir que estudiantes y profesores interactúen. - Trabajo, individuales o colectivos. - Permite el uso de las redes sociales para calcular, relacionar y compartir información de manera virtual.

Fuente: Datos de la investigación

Tabla 2.*Estudio de la función cuadrática*

Dimensiones	Indicadores	Instrumentos
Comunicación Matemática	Función exponencial que expresa cualquier relación.	
	Determinación del dominio y alcance de una función	
	Usar funciones para realizar acciones.	
	Combinación de funciones de desarrollo	Cuestionario (prueba de conocimientos)
	Comprende el enunciado de la función inversa. y	
	Interpretar el gráfico	
Resolución de Problemas	Las funciones exponenciales se analizan, interpretan y presentan simbólicamente a partir de la pregunta planteada.	Cuestionario (prueba de conocimientos)
	Formular un modelo funcional a partir de la pregunta planteada	

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA DE INVESTIGACIÓN

3.1. Tipo de investigación

Tipo de investigación aplicada (experimental), y dado que el tipo de datos será cuantitativo, ya que la aplicación software GeoGebra permite realizar comparaciones cuantitativas de las áreas de estudio de las matemáticas de los estudiantes de secundaria. (Carrasco, 2005, p. 43).

3.2. Nivel de investigación

Este estudio se caracteriza por un nivel de descriptivo y explicativo, buscando las causas de los problemas y los efectos que provocan variables independientes como el software GeoGebra entre los estudiantes de tercer grado de secundaria.

3.3. Métodos de investigación

Esta investigación utilizará la deducción hipotética (intenta responder hipótesis, de lo general a lo específico).

La deducción hipotética “consiste en un procedimiento que parte de unos enunciados a modo de hipótesis, y trata de refutar o falsear esas hipótesis, de donde se pueden extraer conclusiones que deben confrontar los hechos” (Bernal, 2010, p. 60).

En el estudio se ha utilizado los métodos estadísticos para analizar los datos del instrumento, siguiendo el proceso de obtener, expresar, simplificar, analizar, interpretar y predecir las características de las variables de investigación consideradas en el estudio.

3.4. Diseño de investigación

Este estudio se ha realizado en el marco de un diseño cuasi-experimental con características transversales, dividido en dos grupos, control y experimental, se consideran variables independientes: uso del software GeoGebra, efectos sobre variables dependientes: aprendizaje de funciones cuadráticas. cuyo plan es:

G _E	O ₁	X	O ₂

G _C	O ₃	-	O ₄

Donde:

G_E: Grupo experimental

G_C: Grupo de Control

O₁: Pretest grupo experimental

O₃: Pretest grupo control

O₂: Postest grupo experimental

O₄: Postest grupo control

X: Aplicación del software GeoGebra en el aprendizaje de las funciones cuadráticas

: Sin software GeoGebra.

3.5. Población y muestra

Hernández (2010, p. 175) señaló que “la muestra es esencialmente un subgrupo de la población. Suponiendo que es un subconjunto de los elementos pertenecientes al conjunto definido en sus características”.

La población de estudio lo constituye los estudiantes del tercer grado de educación secundaria de menores matriculados en la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco” de la provincia de Daniel Alcides Carrión que pertenece a la región Pasco en el año 2021.

Por las características de la población, la muestra en este estudio es una muestra no probabilística, entonces el muestreo es de tipo intencional, el grupo experimental está conformado por 27 estudiantes de la sección “B” y el grupo control es de 28 estudiantes de la sección “D”, del tercer grado de educación secundaria.

3.6. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Técnica

En el estudio de investigación, se ha utilizado técnicas de investigación para recopilar información de las declaraciones escritas de los estudiantes en los grupos de control y experimental.

Sánchez y Reyes (2018, p. 49) mencionan que “una técnica de recolección de datos es un medio por el cual los investigadores reúnen la información que necesitan sobre una realidad o fenómeno de acuerdo con los objetivos de la investigación”.

Instrumentos

La prueba fue una herramienta de evaluación para la información de aprendizaje de funciones cuadráticas para que los estudiantes recopilen muestras de aprendizaje a través del pre y post test.

Un pretest es una herramienta que se aplicará a los grupos de control y experimentales de estudiantes antes de aplicar las variables independientes.

Un post-test es una herramienta que se aplicará a los alumnos de los grupos control y experimental después de haber aplicado las variables independientes.

3.7. Técnicas de procesamiento y análisis de datos

Las técnicas que se utilizarán para el procesamiento del proyecto de investigación serán:

- Clasificación
- Registro
- Tabulación
- Codificación

3.8. Selección, validación y confiabilidad de los instrumentos de investigación

La validación determina la revisión de la presentación del contenido, la comparación de indicadores con ítems que miden las variables correspondientes. Hernández S. (2006) expresa la validez como la precisión con la que la prueba utilizada realmente mide su medida prevista. Lo anterior define la validación de un

instrumento como la determinación de la capacidad del instrumento para medir la calidad de su fabricación.

El instrumento de medición utilizadas (cuestionarios, prueba) han sido validadas mediante un procedimiento denominado juicio de expertos.

Se han solicitado a profesionales con maestría académica o doctorado con amplia experiencia en investigación en el área, conforme se muestra en la Tabla 04. La validación de juicio de expertos del instrumento de investigación nos arrojó un resultado promedio de 86.7%.

Tabla 3.

Opinión de expertos para la validación de la prueba.

Expertos		
	Puntaje	%
Dr. Guillermo Gamarra Astuhuaman	89	89 %
Mg. Luis V. Albornoz Dávila	80	80 %
Dr. Raúl Velásquez Cristóbal	91	91 %
Promedio de valoración	86.7	86.7 %

Confiabilidad

En esta encuesta, el criterio de confiabilidad de un instrumento está determinado por el coeficiente Alfa de Cronbach, requiere una sola administración del instrumento de medición, se aplica a una prueba dicotómica con posible acierto y la escala de confiabilidad de la respuesta. Por confiabilidad nos referimos a qué tan consistente es una herramienta de prueba al medir una variable. Su fórmula

determina la consistencia y la precisión, el rango de valores que determinan la confiabilidad.

Se aplicó un instrumento denominada prueba a una muestra piloto de 10 estudiantes para conocer el nivel de aprendizaje de funciones cuadráticas en el curso de matemáticas de los estudiantes de tercer año de la Institución Educativa de la localidad de Yanahuanca del nivel secundaria “Ernesto Diez Canseco”. sigue:

Figura 2.

Resultados del grupo piloto

	 Item1	 Item2	 Item3	 Item4	 Item5
1	1	1	1	1	1
2	1	1	0	1	1
3	1	1	1	1	1
4	1	0	0	0	0
5	1	1	1	1	1
6	1	1	0	1	1
7	1	1	1	1	1
8	1	1	1	1	1
9	1	1	1	1	1
10	1	1	1	1	1

Tabla 4

Estadísticos de confiabilidad del grupo piloto

Alfa de Cronbach	N de elementos
,833	5

El resultado obtenido del coeficiente Alfa de Cronbach es igual a 0.833, este instrumento es válida porque es mayor a 0.60, es decir cumple con los objetivos de la investigación propuesto.

3.9. Tratamiento estadístico

Primero, en el trabajo de investigación, se codificará los resultados a través de la última versión del programa estadístico SPSS 25 y se creará una base de datos utilizando técnicas de análisis estadístico para describir las estadísticas descriptivas y las estadísticas paramétricas aplicadas a la muestra de investigación.

Para la prueba de hipótesis, el efecto de la variable independiente sobre la variable dependiente, y la confiabilidad del instrumento, se aplicará el Alfa de Cronbach y la 't' de Student a muestras independientes, respectivamente.

3.10. Orientación ética filosófica y epistémica

Durante el proceso de investigación se respetará la autonomía de los participantes y estudiantes y la intencionalidad conceptual de los autores, se ha evitado el plagio en el presente trabajo ya que se citó los documentos de fuentes primarias y secundarias que se consideró como datos confiables para evitar sesgos en el procesamiento de los datos e interpretación de los hallazgos se citarán las fuentes consideradas en esta investigación para evitar problemas de originalidad y posterior problemas legales de autoría.

CAPÍTULO IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Descripción del trabajo de campo

En el presente trabajo de investigación, describe el trabajo de campo a continuación:

- Visitó varias bibliotecas de Pasco y Yanahuanca con el objetivo de revisar bibliografía que identificara conceptos clave relacionados con el tema a investigar, y así incluirlos en la encuesta.
- Con la información recabada se comienza a definir y determinar el alcance de los temas a investigar, para ello es importante considerar la población a estudiar y el nivel y tipo de investigación.
- Considerando la información obtenida, el nivel de investigación para determinar la aplicabilidad y el tipo de descripción cuasi-experimental nos llevó a realizar nuestra investigación de esta manera.

- Luego plantear variables a investigar que sean las mismas de los encuestados, revisión bibliográfica, experiencia personal y profesional relacionada con el tema.
- A partir de ahí continúa el proceso de investigación propiamente dicho, siguiendo apuntes de clase, método científico y lineamientos normativos sobre el tema de investigación para obtener el título de maestría de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión.
- Se solicitó permiso al director de la institución educativa “Ernesto Diez Canseco” para aplicar la variable independiente al grupo experimental.
- - Pre y post prueba de los grupos experimentales y de control, posteriormente codificación de los resultados obtenidos.
- Se identificó resultados estadísticos descriptivos e inferenciales y luego interpretar los resultados.
- Se elaboró el informe final con el apoyo del Asesor y luego se envía a la Facultad de Ciencias de la Educación.

4.2. Presentación, análisis e interpretación de resultados

Tabla 5.

Resultados del pre prueba del grupo experimental.

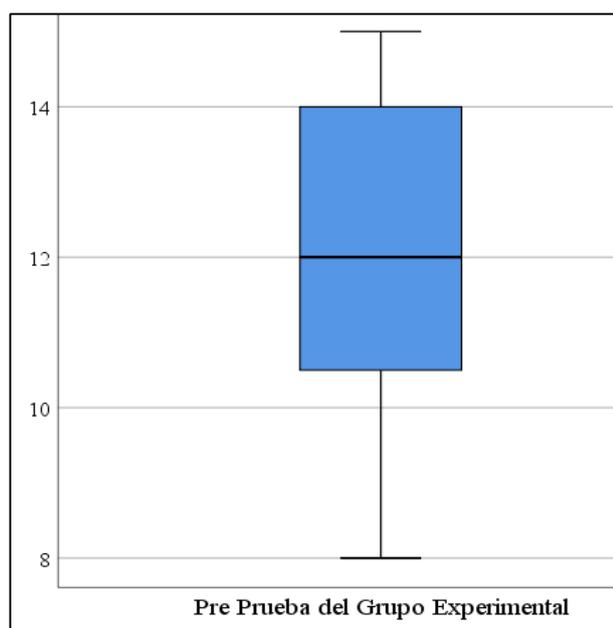
N	Válido	27
Media		11,85
Mediana		12,00
Moda		11 ^a
Desviación estándar		1,955
Asimetría		-,043
Error estándar de asimetría		,448
Mínimo		8
Máximo		15

a. Existen múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño.

De la Tabla X, se observa que el valor promedio obtenido por los estudiantes del grupo experimental es de 11,85 en la pre prueba, En la muestra de estudio del grupo experimental de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco” tienen con mayor frecuencia de 11 puntos. Asimismo, en la indicada tabla el puntaje mínimo fue de 8 puntos y como máximo 15 puntos. Los puntajes obtenidos por el grupo experimental, se dispersa en promedio 1,955 puntos alrededor del valor central de los datos obtenidos al momento de aplicar la pre prueba. Los datos poseen una asimetría negativa el dato obtenido es de -0,043 menor a la distribución normal (0,263) por la cual indicamos que la distribución es leptocúrtica.

Figura 1

Diagrama de cajas del grupo experimental de la pre prueba



En el diagrama de cajas llamado también bigotes de la Figura 1 se observa que los extremos inferiores y superiores es de 4 y 20 en la figura, entonces valores

máximo y mínimo se encuentra entre estos extremos de los bigotes de 8 y 15; por lo que no existe ningún valor atípico. Todos los estudiantes del grupo experimental en la preprueba tienen menos de 15 puntos; al menos el 75% de los estudiantes tienen 8 puntos o más en la pre prueba, lo mismo se observa que la mediana se ubica a la mitad, más o menos entre 10 y 14 puntos en la pre prueba.

Tabla 6.

Resultados del pre prueba del grupo control.

N	Válido	28
Media		11,75
Mediana		11,50
Moda		11 ^a
Desviación estándar		2,351
Asimetría		-,119
Error estándar de asimetría		,441
Mínimo		8
Máximo		15
Suma		329

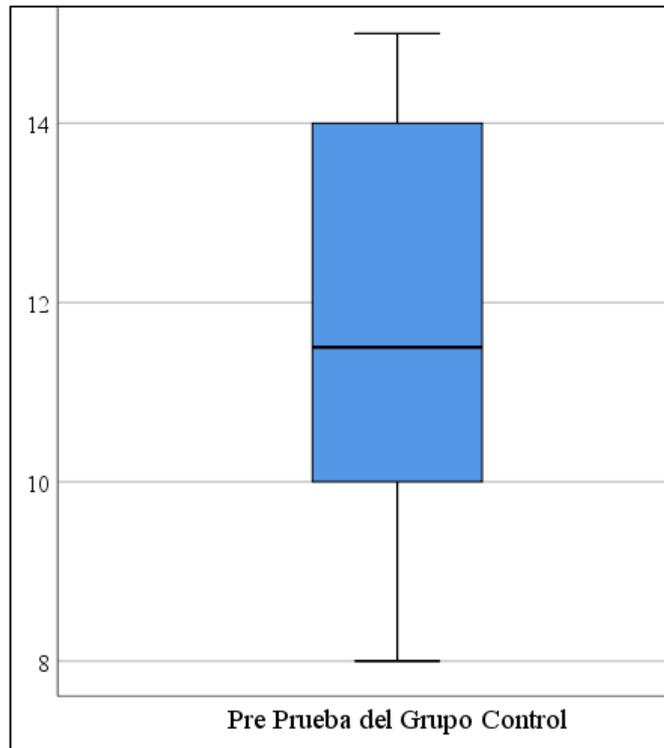
a. Existen múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño.

De la Tabla X, se observa que el valor promedio obtenido por los estudiantes del grupo control es de 11,75 en la pre prueba, En la muestra de estudio del grupo control de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco” tienen con mayor frecuencia de 11 puntos. Asimismo, en la indicada tabla el puntaje mínimo fue de 8 puntos y como máximo 15 puntos. Los puntajes obtenidos por el grupo control, se dispersa en promedio 2,351 puntos alrededor del valor central de los

datos obtenidos al momento de aplicar la pre prueba. Los datos poseen una asimetría negativa el dato obtenido es de -0,119 menor a la distribución normal (0,263) por la cual indicamos que la distribución es leptocúrtica.

Figura 2.

Diagrama de cajas del grupo control de la pre prueba



En el diagrama de cajas llamado también bigotes de la Figura 2 se observa que los extremos inferiores y superiores es de 4 y 20 en la figura, entonces valores máximo y mínimo se encuentra entre estos extremos de los bigotes de 8 y 15; por lo que no existe ningún valor atípico. Todos los estudiantes del grupo experimental en la pre prueba tienen menos de 15 puntos; al menos el 75% de los estudiantes tienen 8 puntos o más en la pre prueba, lo mismo se observa que la mediana se ubica a la mitad, más o menos entre 10 y 14 puntos en la pre prueba del grupo control.

Tabla 7.

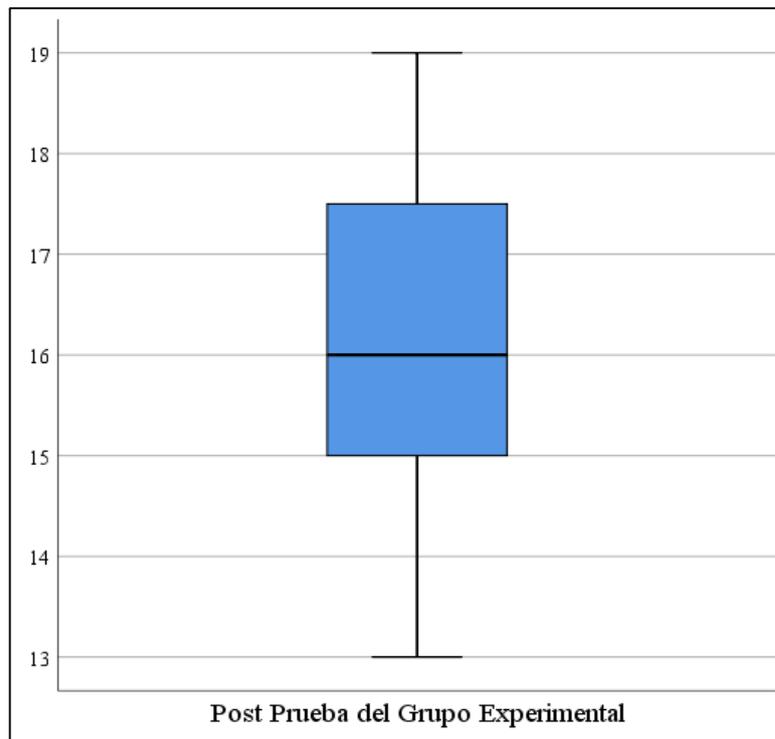
Resultados de la post prueba del grupo experimental.

N	Válido	27
Media		16,22
Mediana		16,00
Moda		15
Desviación estándar		1,649
Asimetría		-,161
Error estándar de asimetría		,448
Mínimo		13
Máximo		19
Suma		436

De la Tabla X, se observa que el valor promedio obtenido por los estudiantes del grupo experimental es de 16,22 en la post prueba, En la muestra de estudio del grupo experimental de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco” tienen con mayor frecuencia de 15 puntos. Asimismo, en la indicada tabla el puntaje mínimo fue de 13 puntos y como máximo 19 puntos. Los puntajes obtenidos por el grupo control, se dispersa en promedio 1,649 puntos alrededor del valor central de los datos obtenidos al momento de aplicar la post prueba. Los datos poseen una asimetría negativa el dato obtenido es de -0,161 menor a la distribución normal (0,263) por la cual indicamos que la distribución es leptocúrtica.

Figura 3.

Diagrama de cajas del grupo experimental de la post prueba



En el diagrama de cajas llamado también bigotes de la Figura 3 se observa que los extremos inferiores y superiores es de 10,5 y 22,5 en la figura, entonces valores máximo y mínimo se encuentra entre estos extremos de los bigotes de 13 y 19; por lo que no existe ningún valor atípico. Todos los estudiantes del grupo experimental en la post prueba tienen menos de 20 puntos; al menos el 75% de los estudiantes tienen 13 puntos o más en la post prueba, lo mismo se observa que la mediana se ubica a la mitad, más o menos entre 15 y 18 puntos en la preprueba del grupo control.

Tabla 8.*Resultados de la post prueba del grupo control.*

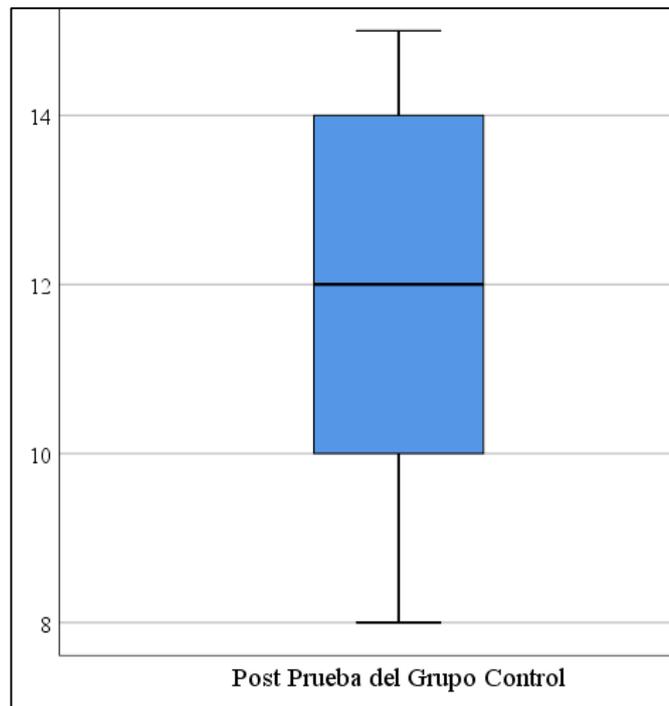
N	Válido	28
Media		11,93
Mediana		12,00
Moda		10 ^a
Desviación estándar		2,142
Asimetría		-,290
Error estándar de asimetría		,441
Mínimo		8
Máximo		15
Suma		334

a. Existen múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño.

De la Tabla X, se observa que el valor promedio obtenido por los estudiantes del grupo control es de 11,93 en la post prueba, En la muestra de estudio del grupo control de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco” tienen con mayor frecuencia de 10 puntos. Asimismo, en la indicada tabla el puntaje mínimo fue de 8 puntos y como máximo 15 puntos. Los puntajes obtenidos por el grupo control, se dispersa en promedio 2,42 puntos alrededor del valor central de los datos obtenidos al momento de aplicar la pre prueba. Los datos poseen una asimetría negativa el dato obtenido es de -0,290 menor a la distribución normal (0,263) por la cual indicamos que la distribución es leptocúrtica.

Figura 4.

Diagrama de cajas del grupo control de la post prueba



En el diagrama de cajas llamado también bigotes de la Figura 4 se observa que los extremos inferiores y superiores es de 4 y 20 en la figura, entonces valores máximo y mínimo se encuentra entre estos extremos de los bigotes de 8 y 15; por lo que no existe ningún valor atípico. Todos los estudiantes del grupo experimental en la post prueba tienen menos de 15 puntos; al menos el 75% de los estudiantes tienen 8 puntos o más en la preprueba, lo mismo se observa que la mediana se ubica a la mitad, más o menos entre 10 y 14 puntos en la pre prueba del grupo control.

4.3. Prueba estadística

En primer lugar, se determina si los datos obtenidos tienen una distribución normal o no, para ello se analizó a través de la prueba de Shapiro – Wilk; pues los datos no superan a 50; entonces planteamos las hipótesis:

H_0 : Los datos provienen de una distribución normal

H₁: Los datos no provienen de una distribución normal

Calculando la normalidad de datos a través de SPSS 25.0, se tiene en la tabla.

Tabla 9.

Distribución de normalidad de Shapiro - Wilk

	Shapiro-Wilk		
	Estadístico	gl	Sig.
Pre Prueba	,942	27	,139
Post Prueba	,946	27	,169

Se observa en la Tabla x, que los resultados de la pre prueba el p-valor es mayor que el nivel de significación ($0,139 > 0,05$); de igual forma para el post prueba resulta que p-valor es mayor que el nivel de significación ($0,169 > 0,05$). Por lo tanto, los datos tienen una distribución normal, entonces se aplicará la prueba paramétrica para probar las hipótesis de investigación planteado en el presente estudio.

Para analizar las pruebas de hipótesis, partimos de un enunciado general de la hipótesis de investigación, elegimos un nivel de significancia de $\alpha = 0.05$, ya que esta es la práctica de la mayoría de los investigadores en ciencias sociales, especialmente en la investigación educativa, y porque los datos obtenidos se presentan en Distribución normal De acuerdo con los datos obtenidos en la Tabla 9, los estadísticos paramétricos que aplicamos fueron en este caso la prueba t de Student para datos correlacionados e independientes.

H_i : *La aplicación del software GeoGebra influye significativamente en el estudio de la función cuadrática de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco”, Yanahuanca – 2021.*

Hipótesis estadísticas:

H_0 : No existe diferencias significativas en el estudio de las funciones cuadráticas antes de aplicar el software GeoGebra entre el grupo control y experimental.

H_1 : Existe diferencias significativas en el estudio de las funciones cuadráticas antes de aplicar el software GeoGebra entre el grupo control y experimental.

Nivel de significación:

$\alpha = 0,05$

Tipo de prueba estadística:

Prueba de t de Student para muestras relacionadas

Tabla 10

Muestras emparejadas del pre prueba del grupo control y experimental

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
									Inferior	Superior
Puntajes de la pre prueba	Se asumen varianzas iguales	1,550	,219	,110	53	,913	,065	,590	-1,118	1,248
	No se asumen varianzas iguales			,110	52,205	,913	,065	,588	-1,115	1,244

Toma de decisión

Los resultados de la prueba t de Student en la Tabla 10 muestran un valor de $p > \alpha$, ($0,913 > 0,05$) por lo que no existe diferencias significativas en el estudio de las funciones cuadráticas antes de aplicar el software GeoGebra entre el grupo control y experimental. Por lo tanto, no se rechazó la hipótesis nula.

Hipótesis estadísticas:

H_0 : No existe diferencias significativas en el estudio de las funciones cuadráticas después de aplicar el software GeoGebra entre el grupo control y experimental.

H_1 : Existe diferencias significativas en el estudio de las funciones cuadráticas después de aplicar el software GeoGebra entre el grupo control y experimental.

Nivel de significación:

$$\alpha = 0,05$$

Tipo de prueba estadística:

Prueba de t de Student para muestras relacionadas

Tabla 11

Muestras emparejadas de la post prueba del grupo control y experimental

		Prueba de Levene de igualdad de varianzas		prueba t para la igualdad de medias						
		F	Sig.	t	gl	Sig. (bilateral)	Diferencia de medias	Diferencia de error estándar	95% de intervalo de confianza de la diferencia	
									Inferior	Superior
Puntajes de la post prueba	Se asumen varianzas iguales	2,652	,109	8,309	53	,000	4,294	,517	3,257	5,330
	No se asumen varianzas iguales			8,349	50,553	,000	4,294	,514	3,261	5,326

Toma de decisión

Los resultados de la prueba t de Student en la Tabla 11 muestran un valor de $p < \alpha$, ($0,000 < 0,05$) por lo que existe diferencias significativas en el estudio de las funciones cuadráticas después de aplicar el software GeoGebra entre el grupo control y experimental. Por lo tanto, se rechazó la hipótesis nula.

Hipótesis estadísticas:

H₀: No existe diferencias significativas en el estudio de las funciones cuadráticas después aplicar el software GeoGebra en el grupo experimental.

H₁: Existe diferencias significativas en el estudio de las funciones cuadráticas después aplicar el software GeoGebra en el grupo experimental.

Nivel de significación:

$$\alpha = 0,05$$

Tipo de prueba estadística:

Prueba de t de Student para muestras relacionadas

Tabla 12

Resultados emparejados del estudio de las funciones cuadráticas del grupo experimental.

	Diferencias emparejadas					t	gl.	Sig. (bilateral)
	95% de intervalo de							
	Media	Desviación	Desv. Error promedio	confianza de la diferencia				
				Inferior	Superior			
Post - Pre								
Prueba Grupo Experimental	4,407	2,062	,397	3,592	5,223	11,108	26	,000

Toma de decisión

Del análisis comparativo de la tabla 12, los resultados de la prueba de t de Student para muestras emparejadas o relacionadas el p-valor es menor que el nivel de significación ($0,000 < 0,05$). Por lo tanto, *se rechaza la hipótesis nula* y se acepta la hipótesis alterna; es decir existe diferencias significativas en el estudio de las funciones cuadráticas después aplicar el software GeoGebra en el grupo experimental que son los estudiantes de la sección “B” de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco” de la localidad de Yanahuanca de la región Pasco desarrollo en el año 2021.

4.4. Discusión de resultados

En esta sección se presentan los resultados del proceso de implementación de la propuesta instruccional, discusión de productos, planes y diseños para la investigación encaminada a mejorar la función cuadrática a través del software GeoGebra para los estudiantes de la institución educativa “Ernesto Diez Canseco”. , un análisis de GeoGebra, como propósito principal de este estudio y mostrar la evolución de las dificultades de aprendizaje de las matemáticas entre los estudiantes de educación general básica del municipio de Yanahuanca.

Por ello, previo a los ejercicios propuestos para el desarrollo de funciones cuadráticas, se han realizado esfuerzos didácticos para cambiar la visión específica de los alumnos. En una exploración inicial, se revisan los diferentes comandos de GeoGebra, seguido de un análisis de la parte teórica del tema de la función cuadrática a nivel de planificación de la carrera.

Para probar las hipótesis propuestas en el trabajo de investigación, se realizaron pruebas en dos momentos: antes y después de la acción de la variable independiente X: software GeoGebra.

Tabla 13.

Resultados de la pre y post test del grupo experimental y control de los estudiantes de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco” – Yanahuanca.

		Grupo experimental		Grupo Control	
		Pre prueba	Post prueba	Pre prueba	Post Prueba
N	Válido	27	27	28	28
Media		11,81	16,22	11,75	11,93
Mediana		12,00	16,00	11,50	12,00
Moda		11 ^a	15	11 ^a	10 ^a
Desv. Desviación		2,001	1,649	2,351	2,142
Mínimo		8	13	8	8
Máximo		15	19	15	15
Suma		319	438	329	334
Percentiles	25	10,00	15,00	10,00	10,00
	50	12,00	16,00	11,50	12,00
	75	14,00	18,00	14,00	14,00

a. Existen múltiples modos. Se muestra el valor más pequeño.

Fuente: resultados de la aplicación del test.

Los resultados del análisis en la Tabla 13. En cuanto al coeficiente de variación del grupo control, se observó que los resultados del post test no fueron muy consistentes, el cual fue de 17.95%, pero los resultados del post test fueron más consistentes en el grupo experimental, el cual fue de 10.17%. Aplicación en el estudio de funciones cuadráticas para estudiantes de educación media en la institución educativa “Ernesto Canseco” menor de edad de la región de Pasco.

Los resultados de la Tabla 13 muestran que los estudiantes del grupo experimental mejoraron significativamente en comparación con el grupo de control, debido a que el valor medio del grupo de control ($\bar{x} = 16,22$) fue el valor medio de la prueba posterior ($\bar{x} = 11,93$), lo que indica que el software GeoGebra es en la zona de Pasco Se ha influido positivamente en el estudio de funciones cuadráticas entre los estudiantes de secundaria de la institución educativa “Ernesto Diez Canseco” de la localidad de Yanahuanca.

Analizando el resultado del Rango intercuartil (RIQ) del post del grupo experimental es $RIQ = 3$; lo que indica que los resultados se distribuyen normalmente y además indican que están más concentrados dichos datos; pero en el caso del grupo experimental $RIQ = 4$; podemos afirmar que los datos están más dispersos.

Estos resultados obtenidos son corroborados por el estudio de Juárez (2019), quien concluyó que el pre y post test del grupo experimental mostró una diferencia significativa en el desarrollo de las habilidades matemáticas luego de la aplicación del software GeoGebra en bachillerato en un Institución educativa en Tumbes estudiante. En la Tabla 9, la investigación muestra que el nivel de conocimiento de los estudiantes es del 23% en el pre-test y menos del 77% en el post-test. En el medio, obtuvo un 85 % normal y un 15 % bueno. Los resultados para los valores dados en la Tabla 10 confirman que es $t = -7.287$ y $p = 0.000 < 0.05$.

CONCLUSIONES

1. El software GeoGebra, como recurso didáctico, es poco significativo en el aprendizaje de las habilidades de comunicación matemática y la resolución de problemas de función cuadrática para los estudiantes de secundaria básica del tercer grado de la institución educativa “Ernesto Diez Canseco” de la localidad de Yanahuanca; antes de aplicar la variable independiente, porque la media obtenida en la preprueba fue de 11.81 puntos.
2. El software GeoGebra como recurso didáctico es de gran importancia para el aprendizaje de habilidades de comunicación matemática y la solución de problemas de función cuadrática para los estudiantes de tercer grado de la escuela secundaria básica de la institución educativa “Ernesto Diez Canseco” de la localidad de Yanahuanca; variables, los resultados mostraron que la media obtenida en el post prueba fue de 16,22 puntos.
3. Existe diferencias significativas entre los puntajes después de aplicar el software GeoGebra entre el grupo control y experimental del tercer grado de educación secundaria de la Institución Educativa “Ernesto Diez Canseco” de la localidad de Yanahuanca de la región Pasco, al analizar los resultados de la prueba de hipótesis de t de Student es muy significativo 8,309 es mayor que el valor teórico de t que es de 2,57; como se observa en la tabla 11. Así mismo tenemos que la probabilidad $p < \alpha$ ($0,000 < 0,05$) por lo tanto se rechaza nula de la investigación.
4. Existe una diferencia significativa en el emparejamiento del estudio de la función cuadrática luego de aplicado el software GeoGebra al grupo experimental del tercer grado de secundaria de la institución educativa “Ernesto Diez Canseco” de Yanahuanca, región Pasco. los resultados se muestran en la Tabla 12. Nuevamente,

tenemos probabilidad $p < \alpha$, rechazando así la hipótesis nula de la investigación de que existe una diferencia significativa en el estudio de funciones cuadráticas.

RECOMENDACIONES

1. Los docentes de las instituciones educativas deben aplicar el software GeoGebra para mejorar el nivel de aprendizaje de los estudiantes en los diferentes niveles de educación matemática, principalmente en temas como funciones cuadráticas.
2. Los docentes de matemáticas deben ser capacitados a largo plazo en el uso y aplicación de diversos softwares matemáticos, principalmente el software GeoGebra, por su utilidad y facilidad de aplicación en temas como funciones cuadráticas y otros temas.
3. Incentivar a los diferentes docentes, no solo a los de secundaria, sino a otros docentes como los de primaria y educación superior, en temas de software matemático (principalmente GeoGebra) para mejorar la calidad de la educación.
4. Recomendar el uso y aplicación del software GeoGebra a docentes de nivel medio y superior en actividades académicas, para que los estudiantes transformen información, calculen, analicen, sintetizen y creen creatividad de manera sencilla en la educación matemática.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Acosta, S. (2014). *Pedagogía por competencias; aprender a pensar*. México: Trillas.
- Álvarez, C. (1984). *Como Resolver Problema*. España: Editorial Graó
- Ander-Egg, E (1995). *Técnicas de investigación social*. Bs. As.: Lumen.
- Arteaga, E., Medina, M. & Martínez, J. (2019). El GeoGebra: una herramienta tecnológica para aprender Matemática en la Secundaria Básica haciendo matemática. *Revista Conrado*, 15(70), 102-108.
<http://conrado.ucf.edu.cu/index.php/conrado>.
- Arnal, J. (2000). *Perspectivas Contemporáneas en Metodología de la Investigación*. Madrid: Narcea.
- Ary D, Cheser L y Raza A. (2000). *Introducción a la Investigación Pedagógico*. México: Editorial McGraw-Hill.
- Bernal, C. (2010). *Metodología de la investigación: administración, economía, humanidades y ciencias sociales*. México: Pearson, p. 60).
- Bunge, M. (1969). *La investigación científica*. Madrid: Ariel.
- Canales, F. (2005). *Metodología de la Investigación*. México: Limusa.
- Calderón, R. (2017). *Logros de aprendizaje en funciones lineales y cuadráticas mediante secuencia didáctica con el apoyo del GeoGebra*. [Tesis de maestría, Universidad de Cuenca, Ecuador]. <http://dspace.ucuenca.edu.ec/handle/123456789/27378>.
- Carrasco, S. M. P., Chinguel, G. R. C., Cubas, M. M. F., & Cieza, R. Y. R. (2017). *El estudio y la investigación documental: Estrategias metodológicas y herramientas TIC*. Gerardo Chunga Chinguel.

- Carillo, F. (1996). *Cómo hacer la tesis y el trabajo de investigación universitario*. Lima: Horizonte.
- Coll, C.& Solé, I (Mayo/Junio de 2001) Aprendizaje significativo y Ayuda pedagógica. *Revista Cándidos*
- Debárbora, N. (2014). *El uso del GeoGebra como recurso educativo digital en la transposición didáctica de las funciones de proporcionalidad*, (tesis de maestría). Universidad Nacional de San Martín – buenos Aires – Argentina. https://cedoc.infed.edu.ar/wp-content/uploads/2020/02/Debarbora_ok_1.pdf.
- Fernández, W. E. P. (2020). Resolución de problemas matemáticos en GeoGebra. *Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo*. ISSN 2237-9657, 9(1), 26-42.
- Flores. M. (2017). *Efectos del Programa GeoGebra en las capacidades del área de matemática de los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Rafael Belaunde Diez Canseco-Callao, 2016*. [Tesis de maestría, Universidad Nacional César Vallejo]. <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/5272>.
- Hernández, R.; Fernández, C. y Baptista, P. (2017). *Metodología de la investigación*. Bogotá: Editorial McGraw-Hill.
- Kerlinger, N. y Howardb. L. (2001). *Investigación del Comportamiento*. México: McGraw-Hill Interamericana.
- Juárez, L. (2019). *Aplicación del software GeoGebra para desarrollar competencias matemáticas en estudiantes de secundaria en una institución educativa en Tumbes*. [Tesis de maestría. Universidad César Vallejo]. <https://repositorio.ucv.edu.pe/handle/20.500.12692/43020>.

- Morris, K. (1985) *Matemáticas. La pérdida de la certidumbre*. Siglo XXI editores.
- Pólya, G. (1945). *How to Solve it*. Princeton: Princeton University Press.
- Pólya, G. (1962). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving*. New York: Wiley.
- Santos-Trigo, M. y Camacho-Machín, M. (2011). Framing a problem solving approach based on the use of computational tools to develop mathematical thinking. En M. Pytlak, T. Rowland y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Conference of the European society for Research in Mathematics Education* (pp. 2258-2277). Rzeszów, Poland: University of Rzeszów.
- Sánchez, H. y Reyes, C. y Mejía, K. (2018). *Metodología y diseños de la investigación científica*. Lima: Visión universitaria.
- Sánchez, H. y Reyes, C. y Mejía, K. (2018). *Manual de términos en investigación científica, tecnológica y humanística*. Lima: Vicerrectorado de investigación de la Universidad de Ricardo Palma.
- Sánchez, C. (2007) *Las funciones un paseo por su historia*. Nivola. Colección Ciencia abierta.
- Santaló, A. (1980). Situación de la enseñanza de la geometría frente a las nuevas tendencias de la educación matemática, *Revista de bachillerato*, 9(13, pp. 347-358.
- Schoenfeld A. (1985). *Mathematical problem Solving*. New York: Academic Press.
- Rodríguez, D. (2019), en su tesis: *Aplicación del Software WIRIS y su Efecto en el Aprendizaje de Funciones Exponenciales en el Curso de Matemática I en los Estudiantes del primer ciclo de la Universidad Ricardo Palma*; [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Educación].

Torres y Racedo (2014). *Estrategia didáctica mediada por el software GeoGebra para fortalecer la enseñanza-aprendizaje de la geometría en estudiantes de 9° de básica secundaria*. [Tesis de maestría, Universidad de la Costa “CUC”, Barraquilla]

Venero, A. (1990). *Matemática Básica Lima*. Ediciones Gemar

Vermunt, Y, J., Vermut, J. D., y LODEWIJKS, H. G. (2002). Powerful learning environments: students differ in their response to instructional measures. *Learning and instruction*, 12, 263-284.

Zillmer, W. (1981) *Complementos de Metodología de la Enseñanza de la Matemática*; Editorial de libros para la Educación.

ANEXOS

INSTRUMENTOS

PRE TES Y POST TEST

Instrucciones:

- Estimado estudiante esto una pre y posts que es anónima por favor le suplicamos responder con sinceridad ya que los resultados servirán para mejorar el aprendizaje de la matemática en la educación secundaria de menores.
- El presente cuestionario tiene una duración de 45 minutos para ello recomendamos utilizar el software de GeoGebra.
- Marque la respuesta correcta según las consideraciones de cada pregunta, para ello debes leer las preguntas antes de contestar.

1. La regla de correspondencia $f(x) = 2x(x - 1)$ corresponde a una función cuadrática

- a) V b) F

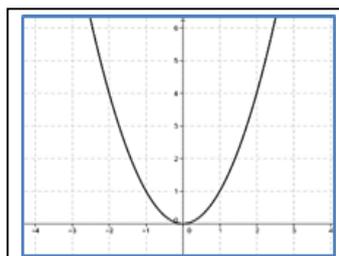
2. La función cuadrática $f(x) = -4x + 3x^2 - 2$ se abre hacia arriba

- a) V b) F

3. La gráfica que corresponde a la función cuadrática $f(x) = x^2$ está dada por:

- a) V

- b) F

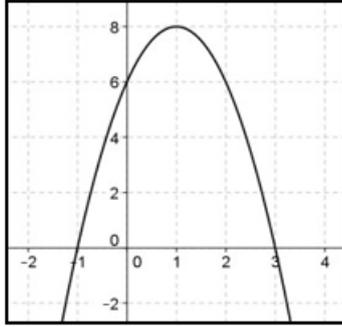


4. El valor mínimo de la función cuadrática $f(x) = 3x^2 - 12x$ es

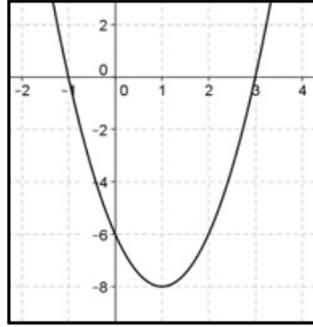
- a) 12 b) -12 c) 2 d) -2 e) 24

5. ¿Cuál es la gráfica de la función cuadrática $f(x) = 6 - 2x^2 + 4x$?

a)



b)



FOTOS





BASE DE DATOS

Grupo Experimental		Grupo Control	
Pre Prueba	Post Prueba	Pre Prueba	Post Prueba
14	17	14	14
14	18	14	15
15	15	15	13
9	13	10	10
13	15	10	9
9	15	11	10
9	13	9	12
10	19	11	12
8	16	8	8
14	18	15	14
12	16	15	15
15	19	12	13
11	15	14	14
10	18	8	10
11	17	11	14
12	15	9	9
10	18	13	14
11	16	14	8
14	17	13	13
12	16	9	10
12	16	12	13
11	17	13	12
14	18	14	11
11	14	11	13
13	15	11	12
11	15	8	10
14	17	15	15
		10	11

ANEXO 2

PROBLEMAS	OBJETIVOS	HIPÓTESIS	VARIABLES, DIMENSIONES E INDICADORES	MÉTODO Y DISEÑO												
<p>General ¿Cuál es la influencia que tiene la aplicación del software GeoGebra en el estudio de la función cuadrática de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa Ernesto Diez Canseco, Yanahuanca - 2021?</p> <p>Específicos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ ¿Cuál es el impacto de la aplicación del software GeoGebra en el aprendizaje de habilidades de comunicación matemática de las funciones cuadráticas de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa Ernesto Diez Canseco, Yanahuanca? ▪ ¿Cuál es el impacto de la aplicación del software GeoGebra en aprendizaje de habilidades de resolución de problemas de las funciones cuadráticas de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa Ernesto Diez Canseco, Yanahuanca? 	<p>General Determinar la influencia que tiene la aplicación del software GeoGebra en el estudio de la función cuadrática de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa Ernesto Diez Canseco, Yanahuanca – 2021.</p> <p>Específicos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ▪ Determinar el aprendizaje de habilidades de comunicación matemática de las funciones cuadráticas en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Ernesto Diez Canseco, Yanahuanca con la aplicación del software GeoGebra. ▪ Determinar el aprendizaje de habilidades de resolución de problemas de las funciones cuadráticas en los estudiantes del tercer grado de la Institución Educativa Ernesto Diez Canseco, Yanahuanca con la aplicación del software GeoGebra. 	<p>General La aplicación del software GeoGebra influye significativamente en el estudio de la función cuadrática de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa Ernesto Diez Canseco, Yanahuanca – 2021.</p> <p>Específicos</p> <ul style="list-style-type: none"> - La aplicación del software GeoGebra mejora positivamente en el aprendizaje de habilidades de comunicación matemática de las funciones cuadráticas de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa Ernesto Diez Canseco, Yanahuanca. - La aplicación del software GeoGebra mejora positivamente en aprendizaje de habilidades de resolución de problemas de las funciones cuadráticas de los estudiantes de tercer grado en la Institución Educativa Ernesto Diez Canseco, Yanahuanca. 	<p>Variable Independiente X: Aplicación software GeoGebra</p> <p>Dimensiones -Tutorial del GeoGebra -Instrucciones de GeoGebra -Funciones de procesos -Aplicaciones de GeoGebra</p> <p>Variable dependiente: Y: Estudio de las funciones cuadráticas</p> <p>Dimensiones -Comunicación Matemática -Resolución de problemas</p>	<p>Tipo de investigación. El tipo de investigación es de aplicación (experimento) y por el tipo de datos será cuantitativo.</p> <p>Método. El método básico que se empleará en esta investigación será el método deducción hipotética, observación y método estadístico. El análisis de</p> <p>Diseño de investigación: Esta investigación se realizará en el marco de un diseño cuasiexperimental y tiene un carácter transversal. El bosquejo será:</p> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;"> <table style="border-collapse: collapse; margin: auto;"> <tr> <td style="padding: 0 10px;">G_E</td> <td style="padding: 0 10px;">O₁</td> <td style="padding: 0 10px;">X</td> <td style="padding: 0 10px;">O₂</td> </tr> <tr> <td colspan="4" style="text-align: center;">-----</td> </tr> <tr> <td style="padding: 0 10px;">G_C</td> <td style="padding: 0 10px;">O₃</td> <td style="padding: 0 10px;">-</td> <td style="padding: 0 10px;">O₄</td> </tr> </table> </div> <p>Población y muestra La población de estudio lo constituirá los estudiantes del tercer grado de Educación Secundaria Ernesto Diez Canseco de Yanahuanca constituido por secciones cuatro secciones A, B, C y D. La muestra de en este estudio se considera una muestra no probabilística por las características de la población; entonces la muestra es de tipo intencional donde lo constituye el grupo experimental por 27 estudiantes de la sección B y el grupo control son 28 estudiantes de la sección D</p> <p>Tratamientos estadísticos Se utilizará la estadística descriptiva para analizar los datos de concentración y dispersión.</p> <p>Los modelos estadísticos para la prueba de hipótesis serán:</p> $t_{\text{Obtenido}} = \frac{\bar{X}_{\text{obtenido}} - \mu}{\frac{S}{\sqrt{n}}} \quad T_i = \frac{X - \mu}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i - \mu_i}{\sigma_i} \right)^2}} \sim t_n$	G _E	O ₁	X	O ₂	-----				G _C	O ₃	-	O ₄
G _E	O ₁	X	O ₂													

G _C	O ₃	-	O ₄													