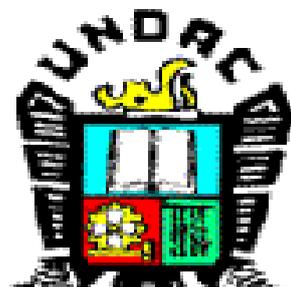


*UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRIÓN*  
*FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN*  
*ESCUELA DE FORMACION PROFESIONAL DE EDUCACION SECUNDARIA*



***LAS OPERACIONES VISUALES EN EL APRENDIZAJE  
DE REGIONES POLIGONALES SOMBREADAS PARA  
LOS ESTUDIANTES DEL LABORATORIO DE  
INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA;  
UNDAC. - PASCO; 2016***

**TESIS:**

*PARA OPTAR EL TITULO PROFESIONAL DE LICENCIADO EN EDUCACION  
MENCION: MATEMÁTICA FÍSICA*

*Presentado por:*

Bach. GAVINO MEZA, Gino David  
Bach. MARCOS ESPINOZA, Joel Dik

ASESOR: Dr. Tito Armando RIVERA ESPINOZA

PASCO – PERU 2016



*A los Maestros de la Carrera Matemática Física  
De la Universidad Nacional  
Daniel Alcides Carrión de Pasco, por  
Acreditar esta Carrera universitaria.*

·  
·

## RESUMEN

El tipo de investigación desarrollado en el presente trabajo es básico, en los niveles descriptivo y explicativo; con el diseño descriptivo correlacional; en su desarrollo la investigación empleó predominantemente el método científico, documental y bibliográfico y con la muestra conformado por 55 estudiantes como unidad de muestra, siendo la representación porcentual el 49,1%.

Se concluye por el cuadro No. 05, el valor de la correlación es igual a 1 tanto en la variable independiente y dependiente; la covariación es de intensidad máxima, además, el índice tiene signo positivo cuando la covariación es directa. Entonces, "r" = 1, existe una correlación positiva perfecta. El índice indica una dependencia total entre las dos variables denominada "relación directa".

Además, al elegir el nivel de significancia de  $\alpha = 0,01_{2 \text{ colas}}$  ó 1% dos colas o bilateral, observamos una probabilidad de 0,01 ó 1% de rechazar la hipótesis nula  $H_0$  y una región de aceptación al 0,99 la  $H_1$ ; por la decisión y cálculo de  $Z_0 = 58,62$  se encuentra en la región de rechazo,  $Z_0 \geq Z_{\alpha}$ , es decir  $58,62 \geq 2,58$ , quedando demostrado la hipótesis general y específica programada en la investigación.

**Palabra clave:** Operaciones visuales - aprendizaje de regiones poligonales sombreadas.

## **Abstrac**

The research developed in this work is basic in descriptive and explanatory levels; with descriptive correlational design; employment development in the predominantly scientific research, documentary and bibliographic and sample consisting of 55 students as sample unit method, with the percentage represented 49.1%.

It is concluded by the table No. 05, the correlation value is equal to 1 in both the independent and dependent variable; the maximum intensity covariance is also the index has a positive sign when the covariance is straightforward. Then, "  $r$  " = 1, there is a perfect positive correlation. The index indicates a total dependence between the two variables called " direct relationship ".

In addition, when choosing the significance level  $\alpha = 0.012$  tails or 1% two tails or bilateral, observe a probability of 0.01 or 1% to reject the null hypothesis  $H_0$  and acceptance region  $H_1$  0.99; the decision and  $Z_0 = 58.62$  calculation is in the rejection region,  $Z_0 \geq Z_{\alpha}$ , ie  $\geq 2.58$  58.62, being demonstrated the general hypothesis and specified scheduled in research.

**Keyword:** *Visual Operations - Learning shaded polygonal regions.*

<b>Índice</b>	<b>Pág.</b>
<i>Dedicatoria</i>	
<i>Resumen</i>	
<i>Abstrac</i>	
<i>Índice</i>	
<i>Introducción</i>	

## **CAPITULO I:**

### **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

1.1. Identificación y determinación del problema	12
1.2. Formulación del problema	14
1.2.1. General	14
1.2.2. Específicos	15
1.3. Formulación de objetivos	15
1.3.1. General	15
1.3.2. Específicos	15
1.4. Importancia y alcances de la investigación	15

## **CAPITULO II:**

### **MARCO TEÓRICO**

2.1. Antecedentes del estudio	17
2.2. Bases teórico científicos	25
2.2.1. Visualización de figuras geométricas	25
2.2.2. Caracterización de las categorías de análisis	28
2.2.3. Operaciones	29
2.2.4. Tareas y propiedades	31
2.2.5. Región poligonal	45
2.2.6. Regiones sombreadas	52
2.3. Definición de términos	53

## **CAPITULO III:**

### **METODOLOGÍA**

3.1. Tipo de investigación	62
3.2. Métodos de investigación	62

3.3. Diseño de investigación	63
3.4. Población y muestra de estudio	64
3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos	66
3.5.1. La validez de los instrumentos	66
3.5.2. Coeficiente de validez de Aiken	66
3.5.3. Nivel de confiabilidad	68
3.6. Técnicas de procesamiento de datos	69
3.6.1. Procesamiento manual	69
3.6.2. Procesamiento electrónico	69
3.6.3. técnicas estadísticas	69
3.7. Sistema de hipótesis y variables de investigación	70
3.7.1. General	70
3.7.2. Específicas	70
3.7.3. Sistema de variables	70
3.8. Operacionalización de variables	72

**CAPITULO IV:  
MARCO PRÁCTICO**

4.1. Tratamiento estadístico e interpretación de datos	73
4.1.1. Presentación de resultados del pre test	74
4.1.2. Cumplimiento de las sesiones según contenido	75
4.1.3. Presentación de resultados del post test	76
4.2. Visualización de los estadígrafos	78
4.3. Correlación de variables	78
4.4. Contrastación de hipótesis	80

*Conclusiones*

*Sugerencias*

*Bibliografía*

*Anexo*

## INTRODUCCIÓN

La geometría ha sido considerada como uno de los pilares de formación académica y cultural del individuo, dada su aplicación en diversos contextos; su capacidad formadora del razonamiento lógico (Báez e Iglesias, 2007); y su contribución en el desarrollo de habilidades para visualizar, pensar críticamente, intuir, resolver problemas, conjeturar, razonar deductivamente y argumentar de manera lógica en procesos de prueba o demostración (Jones, 2002). Hernández y Villalba (2001) brindan una visión de la geometría como:

- La ciencia del espacio, vista esta como una herramienta para describir y medir figuras, como base para construir y estudiar modelos del mundo físico y fenómenos del mundo real.
- Un método para las representaciones visuales de conceptos y procesos de otras áreas en matemáticas y en otras ciencias; por ejemplo, gráficas y teoría de gráficas, histogramas, entre otros.
- Un punto de encuentro en una matemática teórica y una matemática como fuente de modelos.
- Una manera de pensar y entender.
- Un ejemplo para la enseñanza del razonamiento deductivo.
- Un modelo para la enseñanza del razonamiento deductivo.
- Una herramienta en aplicaciones, tanto tradicionales como innovadoras, como, por ejemplo, gráficas por computadora, procesamiento y manipulación de imágenes, reconocimiento de patrones, robótica, investigación de operaciones.

Además, autores como Castiblanco, Urquina, Camargo y Acosta (2004) señalan que el desarrollo histórico de la geometría ha estado relacionado con actividades humanas, sociales, culturales, científicas y tecnológicas; situación que puede utilizarse para justificar un re-direccionamiento de los procesos de enseñanza hacia el logro de una visión contextualizada de la geometría, la cual, a diferencia de la percepción

disjunta que concibe su evolución de forma enajenada de la dinámica social, se oriente a potenciar su aplicabilidad y utilidad en la vida del ser humano, así como a incentivar en los estudiantes y las estudiantes el desarrollo de ciertas habilidades, entre ellas, razonamiento y justificación (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Revista Electrónica Educare Vol. XIV, N° 2, [125-142], ISSN: 1409-42-58, Julio-diciembre, 2010 Ronny Gamboa Araya y Esteban Ballesteros Alfaro 127. No obstante, en el sistema de educación formal, en primaria y secundaria, usualmente los contenidos de geometría son presentados al estudiantado como el producto acabado de la actividad matemática. La enseñanza tradicional de esta disciplina se ha enfatizado en la memorización de fórmulas para calcular áreas y volúmenes, así como definiciones geométricas, teoremas y propiedades, apoyadas en construcciones mecanicistas y descontextualizadas. Incluso autores como Abrate, Delgado y Pochulu (2006) señalan que algunas docentes y algunos docentes priorizan la enseñanza de las matemáticas en otras áreas y van desplazando los contenidos de geometría hacia el final del curso, lo que les implica, en variados casos, la exclusión de estos temas o su atención de manera superficial. La enseñanza de la geometría con este enfoque ha provocado que esta sea considerada como una disciplina difícil y poco útil para la mayoría estudiantil.

Esta preocupación se refleja en los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; institución educativa del nivel secundario, que depende administrativamente de la Dirección Regional de Educación Pasco y parte de lo académico de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión. Por ello, esta institución educativa de Nivel Secundario, debe

modificar el tratamiento del aprendizaje del área de la geometría, razón por la cual esta investigación intitulada “**Las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. - Pasco; 2016.**”; se orientó a proponer una modalidad de aprendizaje de la geometría, como un sistema matemático deductivo por medio de las tareas y propiedades. Por cierto, hacer que el proceso de inter aprendizaje de esta área se realice con calidad y que sirva a los intereses de los estudiantes en especial a los de la institución en estudio, para luego compartir esta experiencia en otras áreas e instituciones del ámbito.

Para una mejor comprensión del trabajo se dividió en:

**Capítulo I:** Planteamiento del problema, presentando la identificación, determinación y formulación de los problemas, objetivos: general y específicos, importancia y alcances de la investigación.

**Capítulo II:** Presentamos el Marco Teórico, desarrollando los antecedentes de estudio: internacional, nacional y local; las bases teóricas - científica, abordando temas lineales al trabajo propuesto y la definición de términos.

**Capítulo III:** Desarrollamos la metodología: tipo – nivel, métodos, diseño de investigación la descripción de la población y muestra sometida a la investigación; técnica e instrumentos empleados para la recolección de datos, su evaluación y validez; la técnica para el procesamiento y análisis de datos como también; hipótesis: general y específicas con las variables y su operacionalización del caso.

**Capítulo IV:** Presentamos los resultados y discusión a través del tratamiento estadístico e interpretación de datos, cumplimiento de las sesiones según

contenido, visualización de estadígrafos, la correlación de variables y la contrastación de hipótesis apoyados en cuadros y gráficos con sus correspondientes explicaciones

Finalmente, las conclusiones, sugerencias, bibliografía y anexo.

**Los Autores**

## **CAPITULO I**

### **PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

#### **1.1. Identificación y determinación del problema**

Las ideas generales de la Topología, surge al rededor del año de 1870, con las investigaciones de George Cantor, su “Teoría positiva del Infinito” dio a la nueva generación la más fiera batalla, en la historia de la matemática. Es considerado como el Creador de la “Teoría de Conjuntos”, la base de la Matemática Moderna”.

Cantor, investigó las propiedades de los subconjuntos del Sistema de los números Reales y el espacio euclideo n-dimensional. Para llevar a cabo estas investigaciones, no sólo, utilizó los conceptos previamente eludidos del infinito, sino que también, introdujo conceptos relacionados con la distancia, por ejemplo, el de la derivada de un conjunto. Definió la derivada de un conjunto  $X$  de puntos en el espacio euclideo n-

dimensional, como el conjunto de todos los puntos  $X$  que tienen la propiedad de que podría hallarse una infinidad de puntos de  $X$  dentro de una distancia arbitrariamente pequeña de  $X$ .

Casi al mismo tiempo los miembros de una escuela italiana, entre ellos:

G. Ascoli, V. Volterra, C. Arzela y S. Pincherle, empezaron a aplicar los conceptos de Cantor relacionados con la distancia a “espacios”, que no eran espacios en el sentido convencional, sino, “espacios” en los que el “punto” típico puede ser una curva o una función.

El siguiente paso fue dado por Maurice Fréchet, quien, en 1906, en su Tesis Doctoral, introdujo y sugirió un sólo concepto de “distancia” abstracta, definido para pares de puntos igualmente abstractas y así su aporte de mayor influencia, fue el concepto de lo que ahora se llama espacio métrico.

El proceso de generalización, no se detuvo con la introducción de los espacios Métricos, después de la publicación de la Tesis de Fréchet, varios matemáticos entre ellos: F. Riesz y F. Hausdorff introducen un nuevo concepto auxiliar de la “vecindad” en un espacio métrico y con ello los “Axiomas de Vecindad o de Hausdorff”. Estos Axiomas de Vecindad de Hausdorff fueron la transición al concepto de un espacio Topológico que no dependía de la Teoría de los números reales ni de ninguna otra idea nueva en especial. El desarrollo de la Teoría de los espacios topológicos no se detuvo, entre los años 1935 - 1940 fueron notablemente fructíferos para la Topología general. Fue en este período cuando el concepto de

Convergencia en los espacios topológicos empezó a aclararse, por el uso de teorías nuevas de redes y filtros, la teoría de compactificación, se introduce el concepto de espacio uniforme, etc.

Estas, interpretaciones en la actualidad nos llevan a plantearnos algunas formas del aprendizaje de regiones poligonales sombreadas como un modelo de análisis de libros de texto que permite clasificar el contenido y las actividades según las clases de visualización que estos materiales didácticos suscitan al promover la enseñanza de regiones poligonales. Para su desarrollo se adaptarán las nociones teóricas expuestas por Duval (1995, 2003, 2004) y que caracterizan la visualización asociada a las figuras geométricas. Y por ello nos planteamos el desarrollo de la siguiente investigación intitulado *“Las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. - Pasco; 2016”*. Basándonos en sus teorías del modelo para un aprendizaje de la temática y que esté al alcance para la comunidad estudiosa con razonamiento; siendo así las siguientes interrogantes:

## **1.2. Formulación del problema**

### **1.2.1. General**

¿Cómo son las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. – Pasco; 2016?

### **1.2.2. Específicos**

¿Cuáles son los fundamentos teóricos de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del caso?

¿Cómo se relaciona las operaciones visuales con el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes en tratamiento?

## **1.3. Formulación de objetivos**

### **1.3.1. General**

Precisar las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. – Pasco; 2016.

### **1.3.2. Específicos**

Describir los fundamentos teóricos de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del caso.

Determinar la relación de las operaciones visuales con el aprendizaje de las regiones poligonales sombreadas para los estudiantes en tratamiento.

## **1.4. Importancia y alcances de la investigación**

Los estudiantes no adquieren la capacidad de visualización de forma espontánea, por tanto, su desarrollo debe considerarse desde los primeros grados. Para ello deben determinarse cuáles son los contenidos que propician la adquisición de esta actividad cognitiva. El área de regiones poligonales puede ser uno de los contenidos idóneos para el desarrollo de la visualización, ya que para su adquisición se recurre al uso de figuras que

involucran al alumno en actividades en las que se requiere su uso. Puesto que además los modelos son un recurso importante en las aulas e influyen en la manera en que el contenido matemático se enseña en los ambientes apropiados y de concordia, la temática planteada debe considerarse su estudio y análisis.

En este sentido, caracterizar las tareas de áreas de regiones poligonales según los tipos de visualización que los libros de texto promueven en su desarrollo o comprensión es un primer aspecto para detectar el papel que cumple la visualización en los textos con su modelo y las operaciones. En este trabajo se presenta una metodología de análisis que permite tal caracterización por medio de las categorías de análisis consideradas por la operación visual. La aplicación del método propuesto se ilustra mediante el análisis de una tarea de cronograma de la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO).

## CAPITULO II

### MARCO TEORICO

**2.1. Antecedentes de estudio:** Habiendo indagado sobre trabajos similares a esta, se pudo compilar los trabajos de temas análogos siguientes:

#### **A nivel internacional**

Tesis; *La Teoría de Conjuntos en la formación de maestros: facetas y factores condicionantes del estudio en una teoría matemática*; presentado por, Mario José Arrieche Alvarado, en la Universidad de Granada (España) en 2002; llegando a presentar el siguiente resumen:

Se enmarca dentro de la teoría matemática fundamentalmente, haciendo referencia en especial a los conjuntos difusos utilizando operadores conjunción y difusión, con los que la estructura de retículo, base de la lógica booleana, no se mantiene, pero se consiguen estructuras algebraicas más flexibles, no obstante si se mantiene con estas conectivas la estructura básica denominada ternas de Morgan, a partir de estas citadas ternas de Morgan, el

trabajo ofrece un estudio en profundidad, de las llamadas ternas de Morgan generalizadas, construidas por medio de la combinación de distintos operadores, como son las t-normas, t-conormas, funciones de agregación, medias casi-aritméticas y funciones lc, que generalizan de alguna manera las conectivas y, o; conjuntamente con una negación fuerte que generaliza el no, llegando a presentar la forma geométrica.

Los resultados obtenidos, que avalan todo lo anterior, están expresados por medio de teoremas, obtenidos por medio de la resolución de gran número de ecuaciones funcionales, algebraico, aritmético y geométrico.

En definitiva, el trabajo, abre una vía importante en áreas de gran interés en la ciencia, especialmente en la operación visual.

**Pizano Chávez, Guillermina. ( 2004);** *Las estrategias de aprendizaje un avance para lograr el adecuado procesamiento de la información;* en este estudio realizado, logró adaptar y validar un instrumento de evaluación de las estrategias del aprendizaje de gran valor académico y científico como es el ACRA (adquisición, codificación, recuperación y apoyo), comprobar que las estrategias de *aprendizaje* influyen sobre el rendimiento académico en un 95% y 99% en los dos grupos de estudiantes del tercer ciclo de estudios universitarios: son entonces relevantes estas estrategias como actividad constructiva en la que el sujeto elabora su propia representación mental, tomando conciencia de su realidad académica. Se demostró, asimismo, que existe una relación estadísticamente significativa entre estrategias de aprendizaje y rendimiento académico, considerando al alumno como agente

activo y responsable de la calidad y profundidad de los aprendizajes realizados.

Tesis; *Modelos booleanos e independencia de la hipótesis del continuo*; presentado por Ramón Jansana Ferrer; en la Universidad de Barcelona (España) en 1982; llega a la siguiente conclusión:

En esta tesis se presentan fundamentalmente dos resultados nuevos en el contexto de la aplicabilidad del método de los modelos booleanos a la obtención de pruebas meta teóricas para teorías impredicativas de clases, tales resultados son los siguientes: 1) la adaptación de los modelos booleanos para el estudio de la teoría de conjuntos de Kelley y Morse en el caso en que el álgebra que determina el modelo es un conjunto (no una clase propia). 2) una serie de pruebas de independencia y consistencia relativa respecto a la teoría de Kelley y Morse utilizando la adaptación del método de los modelos booleanos mencionada anteriormente. En particular se presenta una prueba de la independencia de la hipótesis generalizada del continuo.

#### **A nivel nacional**

*“Método de aprendizaje basado en problemas y su influencia en el rendimiento académico de los alumnos de la asignatura de física de la especialidad de matemática física de la UNDAC”*. Tesis presentada por Napoleón GUEVARA VASQUEZ, para optar el grado de magister, Cerro de Pasco – Perú – 2007; llegando a las siguientes conclusiones:

1. La aplicación del método de aprendizaje basado en problemas y su influencia” en el rendimiento académico de los alumnos en la asignatura de física de la especialidad de matemática – física, tal como lo muestran los

diferentes estadísticos expuestos en el presente trabajo y la contrastación de la hipótesis de investigación.

2. El aprender mediante el método de aprendizaje basado en problemas, permitió que la actitud de los estudiantes en mayor porcentaje sea favorable y muy Favorable, lo que nos demuestra que el método empleado si cambia la actitud de los estudiantes.

3. Aplicando método de aprendizaje basado en problemas el estudiante desarrollo las habilidades en el armado y manipulación de los equipos, destrezas en el momento de tomar los datos, limpieza y orden en la presentación de los equipos destreza en el momento de tomar los datos, limpieza y orden en la presentación de sus informes de la práctica realizada y el tiempo establecido, su ortografía referencias actualizadas, como se observa en el test de Likert donde el mayor porcentaje de alumnos son hábiles y muy hábiles

Este trabajo no pretende realizar un estudio profundo dl aprendizaje basado en problemas sino es una invitación a los docentes a explorar las dimensiones de esta técnica de aprendizaje.

***“Aplicación de nuevas estrategias metodológicas como recurso didáctico para mejorar el rendimiento académico de los alumnos en la facultad de educación de la UNDAC 2007”***. Tesis presentada por Víctor, TORRES SALCEDO; Cerro de Pasco 2009, con la mención: docencia en el nivel superior; llegando a las siguientes conclusiones:

- La “aplicación de nuevas estrategias metodológicas como recurso didáctico”, mejora relevantemente el proceso de enseñanza aprendizaje en los alumnos de la universidad nacional Daniel Alcides Carrión.
- El sistema educativo tiene que replantear el concepto de la relación alumno - profesor y el proceso mismo de aprendizaje. Asimismo, los contenidos curriculares, además, revisar críticamente los modelos mentales que han inspirado el desarrollo de los sistemas educativos. Desde la educación infantil hasta la educación para la tercera edad.
- En los últimos años se han propuesto varios modelos educativos destinados a cambiar la mentalidad de los alumnos y maestros basados en el enfoque constructivista y la era de la informática. Estos paradigmas se vislumbran en fuertes contradicciones, como: didáctico, pedagógico, medios y materiales educativos, educación virtual, educación a distancia, internet, página web, etc. Estos dilemas de nuevos paradigmas, supone tomar decisiones consientes para lograr los objetivos perseguidos.
- Los patrones o modelos educativos modificaron los aspectos educativos en función al avance de la ciencia y la técnica, dando lugar a nuevos comportamientos y valores educativos de los estudiantes y profesores, como: problemas psicológicos, problemas de cognición, problemas pedagógicos, problemas didácticos, medios y materiales educativos, problemas curriculares; confundiendo y desubicando al magisterio con los distintos procesos educativos para la aplicación del proceso de enseñanza y aprendizaje, como también a los jóvenes estudiantes la despersonalizaron su ser social, deformando y destruyendo por completo su formación y desarrollo personal.

- En definitiva, estamos ante un problema eminentemente pedagógico. La tecnología es un medio y no el fin, no podemos ignorar que el uso de ella puede incrementar la cobertura y la calidad de los servicios educativos.

### **A nivel local**

Tesis; *La teoría de grafos en la resolución de problemas aritméticos para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de Pasco - 2014*; Presentado por Romel Félix Capcha Ventura; para optar el título profesional de licenciado en Ciencias de la Educación; UNDAC., Pasco, 2015; llegando a las siguientes conclusiones:

1. La utilización adecuada de la teoría de grafos influye positivamente en la resolución de problemas aritméticos para estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de Pasco -2014, esto se corrobora con los resultados obtenidos en el proceso de la investigación interpretando los resultados de las variables; independiente  $x^2 = 20,109 \geq 5,99$  y dependiente  $x^2 = 23,164 \geq 5,99$  a través de ji – cuadrada en la contrastación de hipótesis 4.2.
2. Al comprobar la hipótesis con la prueba ji - cuadrada con un nivel de significación de 0,05 ó 95% de confiabilidad ( $\alpha = 0,05_{1\text{ cola}}$ ), se llega al resultado  $x_\alpha = 5,99$  como punto crítico, según modelo donde la ubicación del resultado 20,109 y 23,164 está en la región de rechazo; por lo que se descarta la hipótesis nula  $H_0$  y se acepta la hipótesis alterna  $H_1$ .
3. Concluida con el cronograma de sesiones de aprendizaje con la presentación y aplicación de las sesiones de aprendizaje, en la

investigación se tomaron la prueba a los estudiantes correspondiente a las variables independiente y dependiente resultando sus coeficientes de variación  $I_{0,18I} \geq I_{0,11I}$ ; independiente siendo mayor a la dependiente, con esto se demuestra que la teoría de grafos con sus niveles: literal, inferencial y crítico tienen una relación para la organización de conocimientos con la estrategia en la resolución de problemas aritméticos porque el  $C_{vd}$  tiende más a cero.

4. Según las medias de las variables presentes en la investigación se tiene  $x_{vi} \leq x_{vd.}$ ;  $x_{vi} = 13,40$  y  $x_{vd} = 15,25$ ; siendo esta  $13,40 \leq 15,25$  se concluye que la resolución de problemas aritméticos con los tres aspectos claves: la autonomía, la autodirección y la autorregulación son estrategias importantísimos como se demuestra en la programación, ejecución y resultados de las sesiones de aprendizaje, según anexo 4.

Tesis; *Relación de las estrategias heurísticas con el aprendizaje de los triángulos congruentes para los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la institución educativa Daniel Alcides Carrión de Cerro de Pasco- 2009*; presentado por Liz Marleni Carbajal Rojas y Joel Jaime Rosales Lavado, para optar el título profesional de licenciado en ciencias de la educación, especialidad matemática y física en el año de 2010; llegando a las siguientes conclusiones:

1. El desarrollo de estrategias heurísticas ha permitido a los estudiantes conocer las diferentes estrategias para resolver los problemas de triángulos congruentes esto se corrobora con los resultados obtenidos en el proceso de la investigación, que antes de desarrollo de las estrategias los

estudiantes tendían un promedio de 23,39 puntos en la prueba. Pero después de haber desarrollado las estrategias se obtuvo un promedio de 36,68 puntos en la prueba; existiendo una diferencia de 13,29 con respecto al inicio del desarrollo de la estrategia.

2. Respondiendo al problema específico de la investigación podemos afirmar que los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión han logrado mejorar su aprendizaje después de haber aplicado los procedimientos heurísticos como: la exploración, presentación, asimilación, organización y aplicación en la obtención de la suma de los ángulos internos de un triángulo.
3. Los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la institución educativa Daniel Alcides Carrión, después de haber seguido el aprendizaje de los triángulos congruentes a través de las estrategias heurísticas, los estudiantes han logrado obtener menores puntajes, tal como se muestra en el Cuadro No. 003.
4. Al desarrollar las diferentes estrategias de heurísticas por los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión afirmamos que la correlación obtenida es de 0,738 en la prueba y esto analizando en la contrastación de la hipótesis se obtuvo un resultado significativo de  $t_r = 9,153$ . a un nivel de significación al 5 % existiendo una relación positiva.
5. Concluida con la investigación se tomaron una encuesta a los estudiantes del cuarto grado de educación secundaria de menores de la Institución Educativa Daniel Alcides Carrión, donde se tiene que en el 53,2 de los

estudiantes están de acuerdo con el desarrollo de la heurística en los temas de triángulos congruentes.

## **2.2. Bases teórico científicos**

### **2.2.1. Visualización de figuras geométricas:**

En la literatura especializada, la visualización es considerada bajo acepciones de distinta naturaleza y adquiere matices diferentes según el registro de representación semiótico en juego. nuestro interés recae sobre la visualización vinculada al registro semiótico de las figuras bidimensionales.<sup>2</sup> adaptando la definición de visualización asumida por duval (2003), consideramos esta actividad cognitiva no sólo como el reconocimiento o discriminación de todas las organizaciones posibles de una configuración geométrica, o como la discriminación de las modificaciones de naturaleza configural y las extrapolaciones susceptibles que se pueden aplicar sobre la figura en estudio, sino que, además, tenemos en cuenta los cambios de focalización bidimensional que se han de aplicar en la figura al desarrollar una tarea propuesta (Marmolejo y Vega, 2012) y la manera como se interrelacionan o conectan los distintos cambios en la figura en estudio durante el desarrollo de una tarea (Marmolejo y González, 2011).

Las investigaciones realizadas en torno a la visualización asociada a las figuras geométricas han puesto en evidencia que las figuras son importantes soportes intuitivos para dotar de sentido y significado el aprendizaje de las matemáticas. En palabras de duval (1999), las figuras coadyuvan en la resolución de un problema o en la búsqueda de una demostración a través de la abducción, que consiste en delimitar de entrada

la clase de hipótesis o alternativas que han de considerarse. Sin embargo, diferentes estudios ponen de manifiesto que hacer de estas representaciones potentes herramientas intuitivas en la resolución de problemas matemáticos está lejos de ser un asunto obvio y espontáneo (Padilla, 1992; duval, 1999; Marmolejo, 2005, 2007, y Marmolejo y Vega, 2012). Por el contrario, es necesario: distinguir el tipo de aprehensión que se sugiere para resolver un problema planteado. así, duval (1995) mostró que una figura puede dar lugar a aprehensiones de naturaleza diferente: perceptiva (identificación perceptiva espontánea), operatoria (transformación heurística de las figuras) y discursiva (reconocimiento de unidades figurales y variabilidad dimensional intrafigural). En algunos casos, estas formas de discriminación se subordinan unas a otras, se relacionan y, en otros, se oponen (duval, 2003).

Con respecto a la aprehensión operatoria, reconocer y aprovechar, según sea el caso, la presencia de factores (de visibilidad) que aumentan o disminuyen la complejidad cognitiva que subyace en el reconocimiento, dentro de una configuración geométrica, del tipo de operación que se va a aplicar en ella (Padilla, 1992), pues por medio de ellos las figuras adquieren su poder intuitivo y operatorio (duval, 2003). investigaciones como las realizadas por Küschemann (1981, en Padilla, 1992), Grenier (1988, en Padilla, 1992), Mesquita (1989), Padilla (1992), duval (1995) y Marmolejo (2007) han permitido identificar una amplia gama de factores de visibilidad, entre otros, el ángulo de rotación con que se representa una figura en relación con su posición habitual; la presencia o no de un

fraccionamiento en partes claves por considerar en el desarrollo de la tarea propuesta; que el reagrupamiento de las partes en que ha sido dividida la figura forme una configuración convexa o no convexa; el número de rotaciones o traslaciones de las subfiguras claves para lograr una adecuada colocación; que una misma parte de una figura deba entrar simultáneamente en dos reagrupamientos intermediarios por comparar.

En relación con el aprendizaje y enseñanza de la visualización, propiciar actividades específicas de dos tipos de transformaciones (duval, 2004): las transformaciones visuales de una figura a partir de unidades visuales de dimensión 2 y las transformaciones visuales internas que permiten pasar de una discriminación de unidades visuales de dimensión 2 a unidades visuales de dimensión 1 (deconstrucción dimensional de formas). En el primer caso, duval (1999) señala tres condiciones que deben considerarse en su desarrollo: que las tareas propuestas no deben implicar en su resolución ningún tipo de actividad de razonamiento que exija la utilización de definiciones o teoremas; que no debe estar implicado ningún tipo de cambio dimensional en la secuencia de subfiguras consideradas y que deben organizarse en una serie en función de una variación sistemática de los factores de visibilidad. El aprendizaje de la deconstrucción dimensional de formas, por su parte, debe considerar tareas de restauración de figuras, es decir, donde se propongan figuras deterioradas en las que “los ángulos, los segmentos están parcial o completamente borrados, de manera que, con un golpe de vista, nada o casi nada se organiza en una forma inmediatamente reconocible” (duval, 2004, p. 23).

### **2.2.2. Caracterización de las categorías de análisis:**

Determinar los tipos de visualización predominantes en los primeros grados de la enseñanza de las matemáticas exige distinguir dos aspectos: los elementos que describen la visualización y la manera en que se articulan. En este sentido, las clases de visualización presentes en los libros de texto se determinaron a través de la 5-upla (Op, cF<sub>g</sub>, cd, cFB, Fl); donde Op es la operación aplicada en la figura, cF<sub>g</sub> es el cambio figural que se produce al aplicar una operación figural determinada, cd el cambio dimensional, cFB el cambio de anclaje bidimensional por considerar al desarrollar o comprender la tarea propuesta, y Fl el flujo visual. Las cuatro primeras componentes aluden a los elementos que caracterizan la visualización y la última, a la manera en que se articulan. En los siguientes párrafos se definen y se ejemplifican cada una de las componentes y los aspectos que las determinan.

Para identificar los elementos que permiten caracterizar visualmente las tareas de los libros de texto, se procedió, en primera instancia, a seguir meticulosamente las indicaciones dadas en las definiciones y en los procedimientos desarrollados en los ejemplos de los libros; asimismo, se realizaron las actividades propuestas por los manuales para ser resueltas por los estudiantes.

Siguiendo los presupuestos presentados por duval (2003, 2004), se evidenció la presencia de operaciones visuales, cambios figurales producidos por la aplicación de transformaciones de naturaleza mereológica, óptica y posicional, y cambios de naturaleza dimensional. cada uno de estos tres

aspectos se consideró como una categoría de análisis. como se pondrá en evidencia a continuación, fueron nueve las operaciones, cinco los cambios figurales y tres los cambios dimensionales discriminados en los libros de texto al tratar el área de regiones poligonales. Los procedimientos presentados y exigidos en el desarrollo y comprensión de las tareas de los manuales escolares conllevaron la consideración de dos categorías adicionales: cambio de focalización y flujo visual, siendo tres los cambios de focalización y dos los flujos visuales determinados.

Para la discriminación de los aspectos que caracterizaron a cada una de las categorías, se consideró la estructura de control visual (Marmolejo y González, 2013a), privilegiada en los libros analizados en los temas correspondientes al área de regiones poligonales. Es decir, se tuvieron en cuenta los elementos y estrategias utilizados por los libros de texto para inducir unas maneras de ver sobre otras: el despliegue de procedimientos, la presentación de contenidos, el uso de figuras que aluden a objetos o acciones físicas y el recurso de elementos que mejoran la visibilidad de la visualización puesta en juego (presencia de fondo cuadriculado, concavidad o convexidad en el contorno de una figura, introducción de colores, punteado, etcétera).

### **2.2.3. Operaciones:**

“... las figuras permiten distintos tipos de modificaciones, por cada modificación existen varias operaciones cognitivas que brindan a las figuras su productividad heurística” (duval, 1999, p. 156). Según el papel que desempeñan las operaciones por aplicar en las figuras en la

comprensión y desarrollo de tareas matemáticas, duval (1995) centró la atención en cinco clases: reconfiguración, traslación, rotación, achicamiento y agrandamiento. En los libros de texto que incluyen los temas sobre el área de regiones poligonales se introducen, además, cinco operaciones de naturaleza distinta: configuración, rotación externa, cuadratura, superposición y fraccionamiento. Por otra parte, en el presente estudio se consideran las operaciones achicamiento y agrandamiento como elementos que forman parte de una única operación denominada anamorfosis. En consecuencia, son nueve las maneras como hemos clasificado las formas de operar encontradas en los libros de texto estudiados.<sup>1</sup>

En relación con el papel de las operaciones visuales en el tratamiento del área, su aplicación es la que induce la manipulación del área de forma cualitativa, acción determinante para la comprensión del concepto de área, puesto que promueve su estudio como magnitud (Freudenthal, 1983) y asigna sentido a su medida (chamorro, 1997; Zacharos, 2006). Sin embargo, a pesar de la importancia de la manipulación cualitativa del área, no es considerada en el tratamiento de este concepto matemático en la escuela (Kidman y Cooper, 1997, en Kordaki, 2003 y Kamii y Kysh, 2006). Situación que explica, entre variados aspectos, las dificultades que tienen los estudiantes para diferenciar el área del perímetro (Padilla, 1992) y comprender las propiedades matemáticas que caracterizan al área y su medida; así como de prácticas de enseñanza donde el área es una excusa para reflexiones de naturaleza aritmética relativas a la numeración y

---

<sup>1</sup> Duval, R. (1995), "Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processing", en R. Sutherland y J. Mason (eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*, Springer, Berlin, pp. 142-157.

al uso de los números naturales y decimales; es el caso tanto del conteo de unidades y la aplicación de conversiones (chamorro, 1997) como de la sustitución de valores numéricos en fórmulas de área (Kamii y Kysh, 2006).

Lo anterior es una faceta que resalta la importancia de esta primera categoría de análisis no sólo en cuestiones de naturaleza visual, sino también en el papel que la visualización desempeña en la comprensión del concepto de área. En el cuadro 1 se presentan las operaciones que los libros movilizan al suscitar el estudio del área de regiones poligonales, así como algunas de las tareas y propiedades matemáticas en las que su aplicación puede apoyar la comprensión del área.

#### 2.2.4. Tareas y propiedades:

Operación	Tarea	Propiedad
Reconfiguración	transformación de una figura en otra con diferente contorno visual e igual área (Rec. simple). comparación entre regiones poligonales de igual área y diferente forma (Rec. simple). cálculo de área de regiones poligonales irregulares o que representan una fracción de una figura regular (Rec. por exceso). cálculo de área de subconfiguraciones (Rec. por ensamblaje).	Relación de equivalencia (Rec. simple). Relación de orden (Rec. por exceso). adición de áreas (Rec. por ensamblaje).
Configuración	Producción de regiones poligonales rectilíneas a partir de la unión de regiones previamente dadas (conf. simple, por simetría y por reiteración). duplicación de áreas (c. por simetría).	adición de áreas (conf. simple y por simetría). Producto de un número natural por una cantidad de área (conf. por reiteración).
Anamorfosis	Variación del área y conservación de la forma (anam. por achicamiento y por agrandamiento). conservación del área (anam. por arrastre).	Relación de orden (anam. por achicamiento y por agrandamiento). Relación de equivalencia (anam. por arrastre).
Traslación	comparación entre regiones poligonales. Reproducción de figuras con igual área.	Relación de equivalencia.

Rotación	comparación entre regiones poligonales. Reproducción de figuras con igual área.	Relación de equivalencia.
Simetría axial	cálculo de área de regiones poligonales irregulares y de subfiguras de una figura.	Producto de un número racional por una cantidad de área.
Cuadratura	Elección de unidades de medida adecuadas. aproximación de la medida: acotación de áreas por valores superiores o inferiores y exhaustación	
Superposición	Pavimentación de superficies (Sup. directa). cálculo de área de regiones sombreadas (Sup. inversa).	Medida de área y unidad de medida (Sup. directa).
Fraccionamiento	Repartos equitativos de regiones poligonales (simple, por inhibición y refraccionamiento). cálculo de área de regiones poligonales (simple)	

### ***Reconfiguración***

consiste “en la división de una figura en subfiguras, en su comparación y en su reagrupamiento eventual en una figura de un contorno global diferente” (duval, 1999, p. 156). Son tres las clases de reconfiguración presentes en los manuales escolares de Colombia y España al inducir la enseñanza del área de regiones poligonales, a saber:

- *Reconfiguración simple.* La figura de partida se transforma en otra de forma distinta e igual cantidad de área. Las unidades 2d que la conforman (o algunas de ellas) son reubicadas bajo la acción de traslaciones o rotaciones o reflexiones en lugares distintos al inicialmente ocupado por ellas. En la ilustración 1 se reconfigura un cuadrado en un triángulo isósceles.

Ilustración 1 Reconfiguración simple de un cuadrado en un triángulo isósceles.

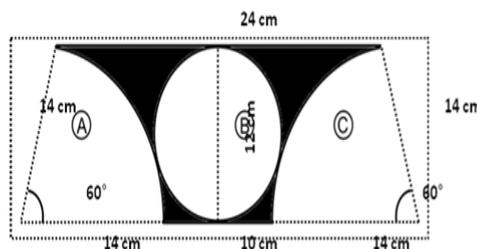
- *Reconfiguración por exceso.* En el proceso, toda la superficie de la figura de partida o una de sus partes pasa a conformar una

fracción de la superficie de la figura total. En el despliegue del proceso presentado en la ilustración 2 se pone en evidencia una reconfiguración donde la figura de partida es transformada en otra figura con mayor cantidad de área.

Ilustración 2 Reconfiguración por exceso de una figura curvilínea a otra figura de forma trapezoidal. En Matemáticas 1 ESO, Santillana, España, p. 221.

### CALCULAR EL ÁREA DE UNA FIGURA PLANA

Halla el área coloreada



**Primero.** Descomponemos la figura en otras figuras cuyas áreas sepamos calcular.

Figuras A y C → Sector circular de radio 14 cm y ángulo 60°.

Figura B → Círculo de radio  $\frac{12}{2} = 6$  cm.

Figura D → Trapecio de altura 12 cm y bases de 24 cm y  $10 + 14 + 14 = 38$  cm.

$$A_{\text{Total}} = A_{\text{figuraD}} - A_{\text{figuraA}} - A_{\text{figuraB}} - A_{\text{figuraC}}$$

**Segundo.** Calculamos cada una de las áreas.

$$A_{\text{figuraA}} = \frac{\pi r^2 n}{360} = \frac{\pi * 14^2 * 60}{360} = 102,57 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{figuraB}} = \pi r^2 = \pi * 6^2 = 113,04 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{figuraC}} = 102,57 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{figuraD}} = \frac{(B+b) * h}{2} = \frac{(38+24) * 12}{2} = 372 \text{ cm}^2$$

**Tercero.** Sumamos y restamos para obtener el área total.

$$A_{\text{Total}} = A_{\text{figuraD}} - A_{\text{figuraA}} - A_{\text{figuraB}} - A_{\text{figuraC}} = 372 - 102,57 - 113,04 - 102,57 = 53,82 \text{ cm}^2$$

- *Reconfiguración por ensamblaje de partes* (Padilla, 1992). alude a que algunas o todas las subfiguras en que una figura se encuentra fraccionada, o que por acción de un fondo cuadrículado se destacan en la figura de inicio, se ensamblan entre sí conformando nuevas subfiguras. En el proceso, la forma

de la figura de inicio se conserva, pero cambia su organización interna.

*Ilustración 3* Reconfiguración por ensamblaje de partes de subfiguras de un triángulo pasando de cuatro triángulos congruentes a un triángulo y un trapecio. adaptación de tarea propuesta en Matemáticas 4, Anaya, España, p. 157.

En la siguiente figura discriminar un trapecio.



Este tipo de reconfiguración se muestra en la ilustración 3 donde se solicita que se fusionen tres de las subfiguras del triángulo de la izquierda para resaltar visualmente una subfigura de forma trapezoidal.

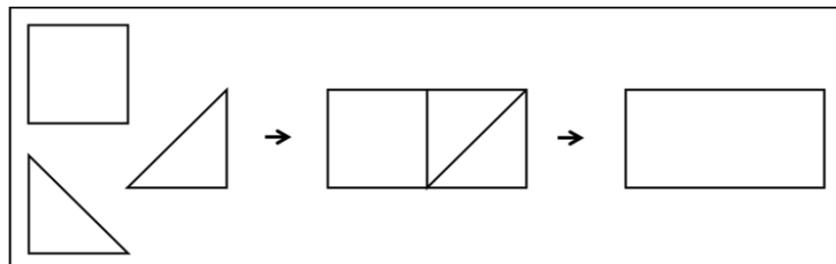
### ***Configuración***

Alude al ensamblaje de un conjunto de figuras independientes entre sí para representar una nueva, cuya superficie está compuesta por la unión de las superficies de las figuras dadas. a diferencia de la reconfiguración, la atención no recae en un proceso compuesto (descomposición y reorganización figur al). Por el contrario, la focalización apunta a un único proceso de naturaleza más sencilla (organizar las figuras en un todo); aquí las figuras de partida asumen el papel de subfiguras en la figura finalmente “construida”. En lo que sigue, presentamos las maneras diversas en que se caracteriza la presencia de esta

operación en los manuales escolares estudiados en la investigación:

- *Configuración simple.* Son varias las figuras de partida y su ensamblaje genera una nueva figura. no todas las figuras representadas tienen igual forma y magnitud. En la ilustración 4 se muestra un ejemplo de este tipo de operación.

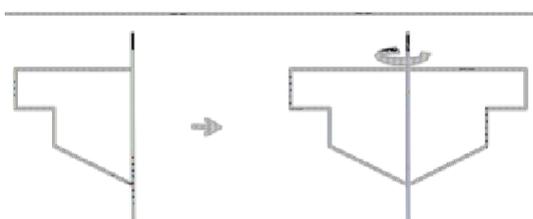
Ilustración 4 configuración simple aplicada a un cuadrado y dos triángulos para formar un rectángulo. Ejemplo



- *Configuración por reiteración.* En este caso, hay una única figura de inicio y se requiere generar  $n$  copias de ella, colocarlas unas al lado de otras sin superposición mediante la aplicación de traslaciones o rotaciones o reflexiones. La cantidad de área de la figura de llegada es  $n$  veces la de la figura de partida. un ejemplo de tarea que privilegia esta manera de configuración es la siguiente: “dibuja un triángulo y, utilizándolo como unidad de medida, construye una nueva figura cuya área sea cinco veces la unidad de medida asignada”.

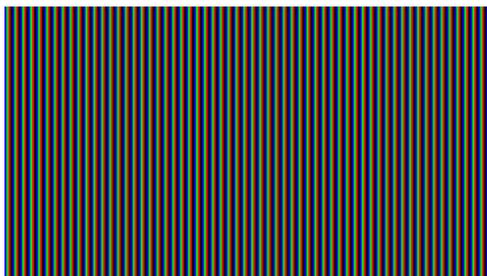
- *Configuración por simetría.* Se solicita implícita o explícitamente completar una figura, donde —a diferencia de la configuración por reiteración— no se requiere aplicar composiciones de traslaciones o rotaciones en el plano para formar la figura en cuestión. Este tipo de configuración se observa en despliegues de procedimientos donde la figura dada es mentalmente “rotada por fuera del plano”, asumiendo un “eje” de rotación. El resultado es una figura isométrica cuya área duplica la de la figura de partida (ilustración 5).

Ilustración 5 configuración por simetría de un hexágono en un eneágono. Ejemplo



del mismo modo, suscitan la operación de configuración por simetría las tareas en las que se introduce el uso de espejos y éstos se colocan en uno de los lados del contorno de la figura de inicio (ilustración 6). En estos casos la unión de la figura de partida y la imagen en el espejo representan una figura simétrica con doble cantidad de área que la figura de inicio.

Ilustración 6 configuración por simetría mediante la aplicación de espejos. En Matemáticas 4, Anaya, España, p. 166.



al colocar el borde de un espejo sobre el eje de una figura simétrica, se ve la figura completa.

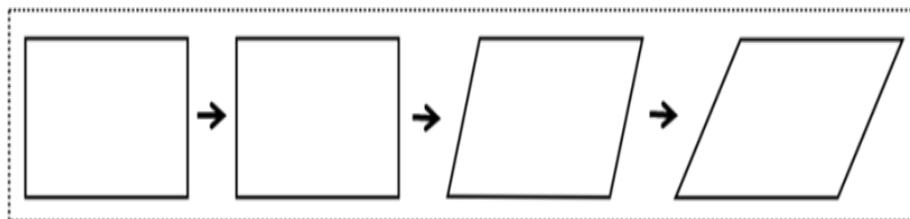
La configuración por simetría está presente en tareas donde, si bien la consigna no alude explícitamente al área, sí promueve la duplicación del área de una figura. Esta operación destaca, entre todas las detectadas en la investigación, por ser la menos propicia para la enseñanza del área, pues el estudio del área considera estrictamente el plano en que se representa la figura, mientras que la configuración por simetría suscita la aplicación de un “giro” por fuera de él. Esta ambivalencia bien podría generar dificultades y obstáculos en la objetivación del concepto de área.

### ***Anamorfosis***

Se aplica sobre la figura de partida un proceso de deformación continuo. aparece en los manuales escolares de tres maneras diferentes, por agrandamiento, cuando el proceso de deformación mantiene invariante la forma de la figura y las relaciones entre sus unidades constituyentes y ocasiona un aumento en su cantidad de superficie. Por achicamiento, donde el proceso de deformación mantiene invariante la forma y las

relaciones entre sus unidades constituyentes y promueve una disminución en su cantidad de área, y por arrastre, en los casos donde la cantidad de superficie de la figura de partida permanece invariante, mientras que su forma o relaciones entre las unidades constituyentes varía. En la ilustración 7 se muestra cómo, mediante un arrastre, se transforma un rectángulo en un trapecoide.

*Ilustración 7* transformación de un rectángulo en un romboide por aplicación de una anamorfosis tipo arrastre. Ejemplo



En las dos primeras formas en que aparece la anamorfosis, son posibles dos maneras de proceder: una que focaliza la atención en las unidades 1d que constituyen la figura, la otra únicamente en su superficie. En la primera hay un agrandamiento o achicamiento mediante una dilatación o contracción de los lados de la figura (incremento o reducción homogénea de las longitudes de los lados que conforman el contorno de la figura de partida). En la segunda, se asume una figura como un aumento o achicamiento superficial de otra (es el caso de actividades donde se presenta la figura original al lado de la figura agrandada o mermada).

### ***Traslación***

La figura de llegada es una imagen de la figura de partida mediante la aplicación de desplazamientos verticales, horizontales o de composiciones entre ellos. La forma, la cantidad de área y las relaciones existentes entre las unidades constituyentes se conserva.

### ***Rotación***

La figura de llegada es una imagen de la figura de inicio mediante la aplicación de un giro o una composición de giros (rotación en el plano).

### ***Simetría axial***

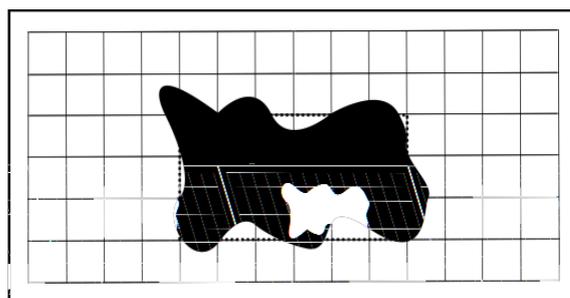
Presente en tareas donde se muestra una figura y se pide discriminar su eje de simetría o cuando se solicita verificar si una figura es simétrica con respecto a un cierto eje. Se aplica sobre la figura una “rotación por fuera del plano”. a diferencia de la reconfiguración por simetría, la figura final conserva en este caso el mismo contorno global y la misma área que la figura de inicio. En caso de que sea necesario introducir un eje de simetría en la figura inicial, la única diferencia entre ésta y la figura final es que la superficie de la segunda, por acción del eje de simetría aplicado, estará dividida en dos partes isométricas entre sí, mientras que la superficie de la figura de inicio es presentada de manera no fraccionada.

### ***Cuadratura***

El contorno de la figura de partida es curvilíneo y se representa

sobre un fondo cuadrículado. calcular de manera exacta y directa su área no es posible. Es necesario aplicar una estimación. teniendo en cuenta el contorno de la figura de partida y las líneas que conforman el fondo cuadrículado, se dibuja una nueva figura de contorno rectilíneo, sobre la cual sí es factible calcular la medida de su área. La cantidad de área de la figura de llegada es mayor o menor que la de la figura de partida. Se calcula el área sobre la figura rectilínea y no sobre la figura inicialmente dada. En la actividad presentada en la ilustración 8 se muestra la transformación de una figura curvilínea en una rectilínea de forma rectangular.

*Ilustración 8* cuadratura de una figura curvilínea en una rectangular. En Matemáticas 5, Anaya, España, p. 179.



El área de las figuras no poligonales se calcula de modo aproximado.

$a \approx 18 \text{ m}^2$  [cada cuadrado de la cuadrícula en que resalta la figura tiene por medida  $1 \text{ cm}^2$ ]

### ***Superposición***

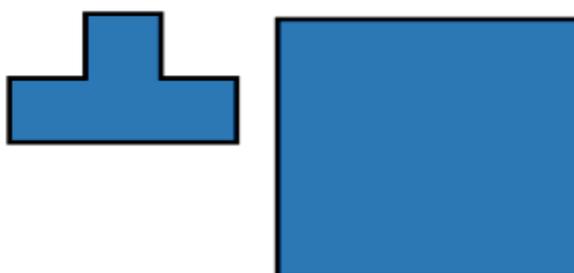
aparece en los libros de texto de dos maneras distintas. En la

primera se representan dos figuras con sus superficies disjuntas entre sí. En este caso, el desarrollo de la tarea exige solapar una de ellas con la superficie de la otra. Por tanto, es necesario comparar las dos representaciones a partir de sus segmentos y ángulos: centrar la atención en aquellos que en una figura y otra coinciden en sus medidas y, posteriormente, ponerlos en correspondencia entre sí. La aplicación de rotaciones y traslaciones en el proceso de comparación son, igualmente, aspectos que caracterizan la operación de superposición. En el segundo caso, de manera inversa, la configuración que acompaña a la tarea propuesta (figura de inicio) se caracteriza por estar descompuesta en subfiguras o subconfiguraciones. El proceso de desarrollo demanda discriminar la figura de inicio como la superposición de dos o más figuras, considerar de manera independiente una y otra, y establecer una relación entre sus respectivas áreas.

Designamos con los términos superposición directa e inversa las dos maneras en que aparece esta operación en los textos. El primer tipo suele aparecer en tareas donde se solicita calcular el área de una figura mediante la replicación de una unidad de medida. En tal caso, es necesario sobreponer la figura que representa la unidad en la figura que se va a medir (ilustración 9). La superposición inversa, por su parte, se presenta en tareas de “áreas sombreadas” donde se solicita calcular la medida de la cantidad de área de una parte de la

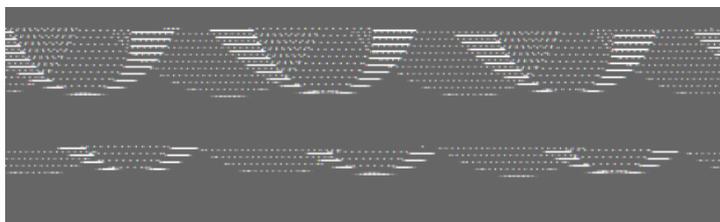
configuración en estudio (ilustración 10). Presente en actividades donde se solicita calcular áreas de regiones sombreadas con forma irregular (figura de la izquierda en la ilustración 10), es necesario, para su desarrollo o comprensión, separar unas configuraciones de otras (semicírculo y círculo de la derecha). En este caso el área de la región sombreada se encuentra mediante sustracción de las medidas de área de las sub configuraciones citadas.

*Ilustración 9* La superposición del octágono en el cuadrado es la operación por aplicar para calcular el área de la segunda figura a partir de la primera. Ejemplo



calcula la medida del área del cuadrado utilizando el octágono como unidad de medida.

*Ilustración 10* aplicación de una superposición inversa para calcular el área de la región sombreada a partir de las áreas del semicírculo y círculo que la delimitan. Ejemplo



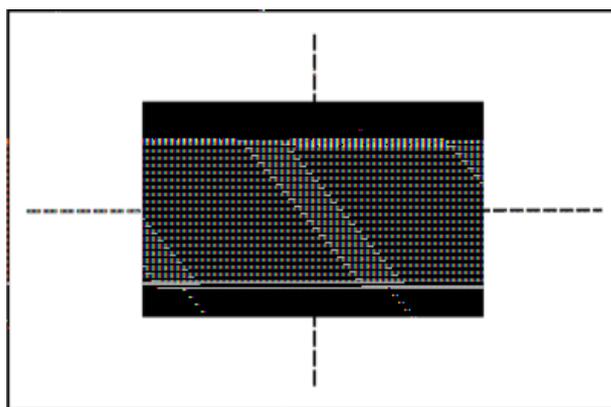
### ***Fraccionamiento***

Descomposición bidimensional de una figura en subfiguras o subconfiguraciones. Este tipo de operaciones está presente en tareas donde se solicita transformar una figura en otra de contorno distinto e igual área, dividir la cantidad de área de una figura en partes iguales y calcular el área de figuras irregulares mediante la aplicación de fórmulas de área básicas (cuadrado, triángulo, rectángulo, entre otras). aparece de tres maneras distintas. La primera, en tareas donde se solicita dividir la superficie de la figura de partida en partes previamente determinadas o sin determinar (fraccionamiento simple). Es el caso de la descomposición de la superficie de un cuadrado en dos sub figuras triangulares mediante la introducción de una de sus diagonales (ilustración 1). La segunda, cuando la figura de inicio se da de manera fraccionada y es necesario reorganizar internamente la figura en estudio (fraccionamiento por inhibición de trazos), es decir, introducir un tipo de fraccionamiento distinto al inicialmente representado. En consecuencia, es necesario inhibir trazos en la figura. Es el caso de tareas en las que se alude a que una figura tiene varios ejes de simetría y se la representa con dos ejes sobre ella (ilustración 11). Quien lee la actividad ha de verificar la afirmación realizada y, en consecuencia, debe inhibir uno de los ejes para reconocer en el otro un eje de simetría. Por tanto, aplica una simetría axial para

verificar que las dos partes en que el eje divide la figura coinciden entre sí (de esta manera se define eje de simetría en los libros estudiados) y, posteriormente, debe pasar a centrar la atención en el segundo eje y repetir el proceso.

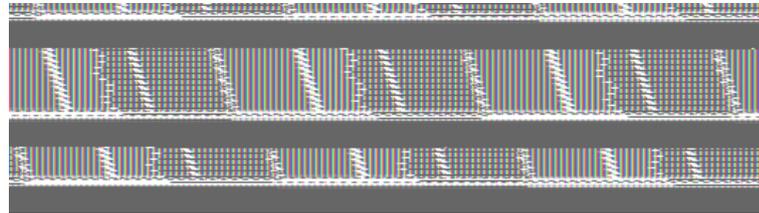
*Ilustración 11* Fraccionamiento por inhibición de trazos. En Matemáticas 4, Anaya, España, p. 167.

Una figura puede tener varios ejes de simetría.



Por último, el fraccionamiento también aparece cuando es necesario resaltar algunas de las líneas en que inicialmente está descompuesta la figura en estudio y que inducen discriminar en ella nuevas sub figuras (refraccionamiento). Por ejemplo, la ilustración 12 forma parte de una tarea en la que se solicita discriminar alguna regularidad en la figura representada. Para ello, es necesario resaltar algunos trazos verticales para que se pase de destacar sub figuras cuadradas, designadas con colores azul y amarillo, a ver en la figura sub configuraciones de forma rectangular compuestas cada una por tres cuadrados azules y tres amarillos.

*Ilustración 12* Refraccionamiento que destaca la discriminación de sub configuraciones rectangulares. En Matemáticas 4, Anaya, España, p. 170.



*Observa y describe alguna regularidad en la figura.*

### **2.2.5. Región poligonal:**

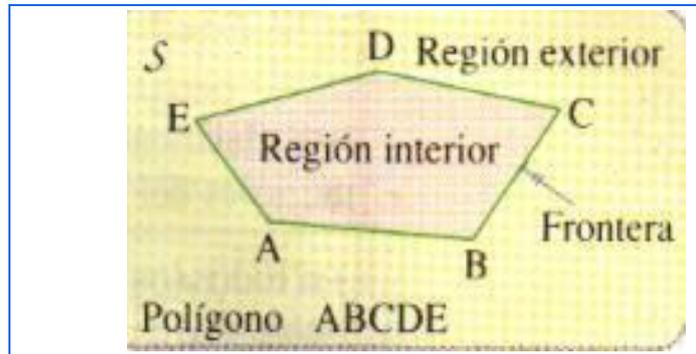
En la geometría, como disciplina, se distinguen componentes tales como el plano, el punto, la línea -recta, curva, quebrada-, la superficie, el segmento y otros de cuya combinación nacen todas las figuras geométricas.

Entonces, una figura geométrica (también se la puede denominar lugar geométrico) corresponde a un espacio cerrado por líneas o por superficies.

Las figuras geométricas de lados rectos se denominan polígonas y las figuras de lados curvos se denominan círculo y circunferencia y corresponden también a polígonos.

Es importante recordar que las formas sólidas o tridimensionales corresponden a los cuerpos geométricos y se denominan poliedros, como el cubo y la pirámide, y a los cuerpos redondos, como la esfera y el cilindro.

Un polígono es una figura plana cerrada delimitada por segmentos. A estos segmentos se les llama **lados**.



La palabra polígono está formada por dos voces de origen griego: “**polys**”: muchos y “**gonía**”: ángulos; por lo tanto, es una figura con varios ángulos.

También se define como una poligonal cerrada.

El polígono más pequeño es el triángulo, que tiene tres lados y tres ángulos.

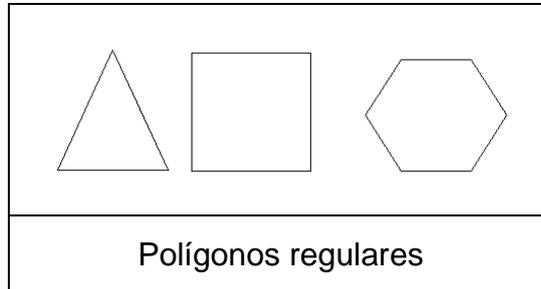
El polígono es la frontera que separa al plano en dos regiones: una que está dentro, llamada región interior del polígono y una exterior, llamada región exterior del polígono. El plano es la unión de estos tres subconjuntos.

Según las características de las figuras geométricas (polígonos) se pueden establecer varias clasificaciones.

Según la medida de sus lados y ángulos, los polígonos pueden ser regulares e irregulares.

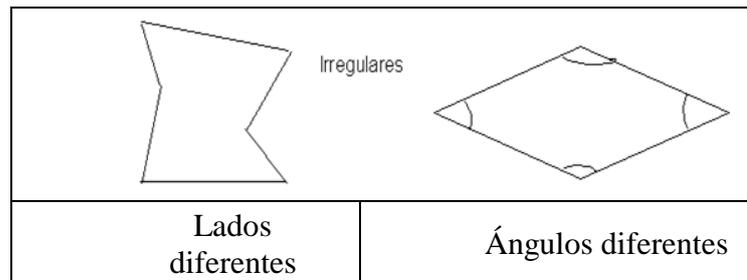
Un polígono es regular si todos sus lados poseen la misma longitud y si todos sus ángulos son iguales.

Ejemplos:



Un polígono es irregular si todos sus lados tienen longitudes diferentes al igual que la medida de sus ángulos.

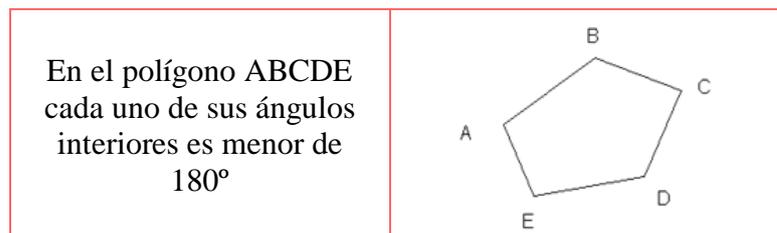
Ejemplos:



De acuerdo con sus ángulos interiores, los polígonos pueden ser convexos y cóncavos.

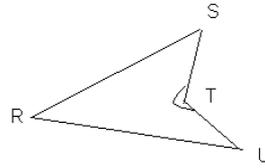
Un polígono es convexo cuando todos sus ángulos interiores son menores a $180^\circ$
--

Ejemplo:



Un polígono es cóncavo, si tiene al menos un ángulo interior mayor de  $180^\circ$

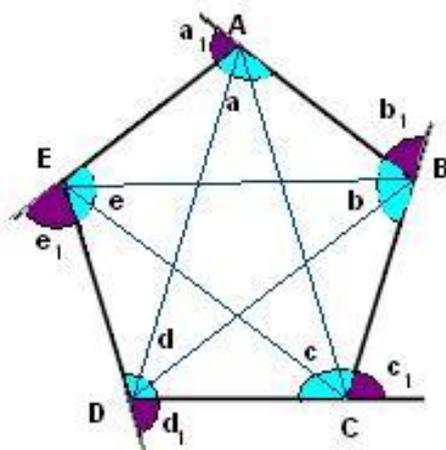
El ángulo interior T del polígono RSTU es mayor de  $180^\circ$



Ahora bien, según el número de lados que posean (el número de lados es igual al número de ángulos que tiene la figura) los polígonos se pueden clasificar de la siguiente manera:

Nombre	Número de lados
Triángulo	3
Cuadrilátero	4
Pentágono	5
Hexágono	6
Heptágono	7
Octágono	8
Eneágono	9
Decágono	10
Undecágono	11
Dodecágono	12

Los demás polígonos simplemente se nombran indicando el número de lados que lo forman; polígono de trece lados, de catorce lados, etc., a excepción del polígono de veinte lados que también recibe un nombre específico (icoságono).



### *Cuadriláteros*

Otro de los polígonos muy populares son los cuadriláteros, los cuales se clasifican en:

**Paralelogramos:** son aquellos que tiene 2 pares de lados paralelos (cuadrado, rectángulo, rombo y romboide)

**Trapezios:** son aquellos que tienen 1 par de lados paralelos

**Trapezio isósceles:** 2 lados de igual medida, 2 ángulos basales iguales

**trapezio triso latero:** 3 lados de igual medida, 2 pares de ángulos basales iguales

**trapezio rectángulo:** ángulos basales rectos ( $90^\circ$ )

**trapezio escaleno:** lados y ángulos de distinta medida

**Trapezoides:** No tienen lados paralelos

**trapezoide simétrico:** 2 lados de igual medida

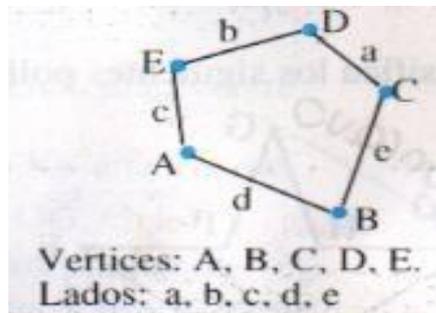
**trapezoide asimétrico:** todos los lados de distinta medida

Conocer las características de los polígonos ayuda para el estudio de muchos temas como perímetros y áreas entre otros.

Un polígono está formado por elementos básicos. Éstos son:

1. vértice
2. lado
3. ángulo interior
4. ángulo exterior
5. diagonal

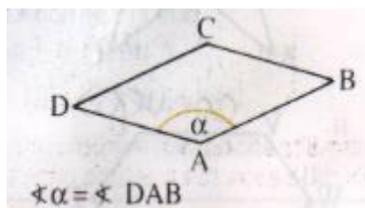
1. **Vértice:** es el punto de intersección de dos segmentos contiguos. Se designan con una letra mayúscula A, B, C, D...



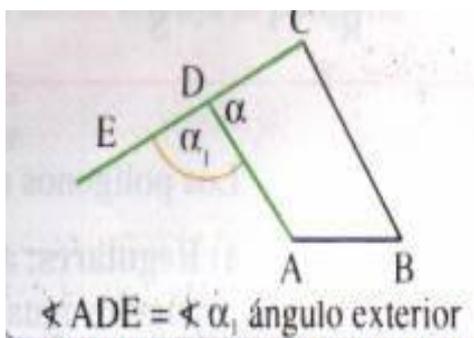
2. **Lados:** es cada uno de los segmentos de recta que forman el polígono. Se designa con dos letras mayúsculas ubicadas en sus extremos, o con una letra minúscula en correspondencia con el vértice opuesto:

$$AB = d, BC = e, CD = a, DE = b, EA = c$$

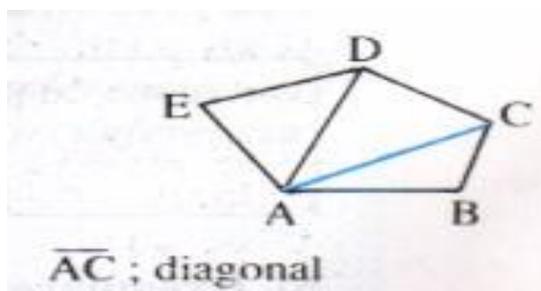
3. **Ángulo interior:** es el ángulo formado por dos lados del polígono. El ángulo interior se designa con una letra griega o con las tres letras mayúsculas de los vértices que correspondan.



4. **Angulo exterior:** es el ángulo formado por un lado y la prolongación de otro contiguo hacia la región exterior. Generalmente se designa con la letra griega del ángulo interior adyacente acompañada de un subíndice



5. **Diagonal:** es el trazo que une dos vértices no consecutivos del polígono. Se designa con las dos letras mayúsculas correspondientes a los vértices que se unen, o por una letra d con subíndice:  $AC = d_1$ ,  $AD = d_2$ .



### Apotema de un polígono regular

La apotema de un polígono regular es el segmento perpendicular a un lado desde el centro del polígono. Es básica para conocer el área del polígono

ya que es la altura de cada uno de los triángulos formados por cada dos radios y el lado.

### **Elementos secundarios de un polígono**

En todo polígono (el triángulo es un polígono) podemos obtener elementos secundarios como:

**Bisectrices**, se denomina bisectriz al rayo que dimidia al ángulo, es decir, lo divide en 2 partes iguales.

**Simetrales**, la simetral es una recta perpendicular que dimidia a un trazo.

**Alturas**, una altura, cuyo símbolo es  $h$ , es el trazo perpendicular que une un lado del triángulo con el vértice opuesto.

**Transversales**, la transversal es el segmento que une el punto medio de un lado con el vértice opuesto.

**Medianas**, son los segmentos que unen los puntos medios del triángulo.

#### **2.2.6. Regiones sombreadas:**

El cálculo de áreas de figuras geométricas se hace útil cuando debemos determinar el área de una región no convencional; es decir, regiones cuya forma no es geoméricamente tradicional como los cuadriláteros, triángulos, círculos y polígonos en general.

A veces debemos determinar el área para calcular otras variables como la cantidad y el costo de los materiales con los cuales se construye algo como un edificio (pisos, paredes, ventanas, etc.), o contenedores (cartón, acrílico, madera, entre otros).

En esta tesis (contenidos temáticos) se presentan algunas regiones no convencionales para el cálculo de su área. Igualmente se suministran las ayudas necesarias en caso de no conocerse el procedimiento adecuado para dicho cálculo.

## 2.2. Definición de términos

**Figura:** Es un conjunto no vacío cuyos elementos son puntos. Las figuras son el objeto de estudio de la geometría, rama de las matemáticas que se dedica a analizar las propiedades y medidas de las figuras en el espacio o en el plano.

Para definir y clasificar las figuras, comúnmente se debe recurrir a conceptos primitivos, tales como el punto, recta, plano y espacio, que en sí mismas también se consideran figuras geométricas. A partir de ellas es posible obtener todas las figuras geométricas, mediante transformaciones y desplazamientos de sus componentes.

**Geometría:** Parte de la matemática que estudia la extensión, la forma de medirla, las relaciones entre puntos, líneas, ángulos, planos y figuras, y la manera cómo se miden. Por otra parte, se encarga de estudiar las propiedades y las medidas de una figura en un plano o en un espacio. Para representar distintos aspectos de la realidad, la geometría apela a los denominados sistemas formales o axiomáticos (compuestos por símbolos que se unen respetando reglas y que forman cadenas, las cuales también pueden vincularse entre sí).

**Análisis:** (del griego ἀνάλυσις) puede referirse a estudio minucioso de un asunto, noticia, suceso, revistas, etc.; Analizar, es el proceso de extraer las cosas más importantes para poder quedarse con lo esencial de esa cosa.

**Visualización:** Entendida como proceso y capacidad para el conocimiento matemático y como objeto de estudio de la educación matemática. Por otra parte, la visualización en matemática es un tipo particular de visualización científica, que consiste en determinados procesos y capacidades, relacionados con la representación, para la apropiación de conocimientos matemáticos. Como tal constituye un objeto de estudio de la matemática educativa.

**Operaciones:** Son cálculos, así como los números representan unidades de cosas; pero es posible utilizarlos como solamente números; y de esa forma, realizar con ellos diversas operaciones que sirven para realizar cálculos que son muy útiles; y que se llaman operaciones.

**Matemática:** La definimos como, el conjunto de conocimientos construidos por el hombre, basados en la ciencia de los números que está en constante reinvención y descubrimiento con la finalidad de explicar la realidad y para satisfacer sus necesidades.

**Matemática Recreativa:** Es la obtención de resultados acerca de actividades lúdicas, y también la que se dedica a difundir o divulgar de manera entretenida y divertida los conocimientos o ideas o problemas matemáticos.

**Algoritmo:** Algoritmo (del griego y latín, dixit *algorithmus* y este a su vez del matemático persa *Al-Juarismi*) es un conjunto pre escrito de instrucciones o reglas bien definidas, ordenadas y finitas que permite realizar una actividad mediante pasos sucesivos que no generen dudas a quien deba realizar dicha actividad. Dados un estado inicial y una entrada, siguiendo los pasos sucesivos se llega a un estado final y se obtiene una solución. Los algoritmos son el objeto de estudio de la algoritmia.

**Pensamiento:** Es aquello que es traído a la existencia a través de la actividad intelectual. Por eso, puede decirse que el pensamiento es un producto de la mente, que puede surgir mediante actividades racionales del intelecto o por abstracciones de la imaginación.

**Pensamiento matemático:** Según Schoenfeld A. H. (1992) los objetivos de la instrucción matemática dependen de la conceptualización de lo que uno tenga de lo que es matemática. Tal conocimiento varía ampliamente; para el aprender a pensar matemáticamente significa "...desarrollo de un punto de vista matemático, valorando el proceso de matematización y de abstracción, teniendo predilección por su aplicación y desarrollar las competencias para el uso de los instrumentos al servicio del propósito de la dualidad: estructura de entendimiento y el sentido común de cómo hacer las matemáticas...".

**Aprendizaje:** Es el proceso de construcción de representaciones personales significativas y con sentido de un objeto o situación de la realidad. Los aprendizajes no son solo procesos intrapersonales, sino fundamentalmente interpersonales. Asimismo, es necesario que el alumno y alumna durante el proceso de construcción tome conciencia de lo que desea aprender y cómo

es que aprende (metacognición). Esto le permitirá descubrir sus potencialidades y limitaciones y le posibilitará ser capaz de enfrentar las dificultades que se le presentan con mayor éxito (Minedu, 1997:28).

**Aprendizaje significativo:** Es comprender un significado e incorporarlo a la estructura cognitiva, de modo de lo que tenga disponible; ya sea para reproducirlo o relacionarlo con otro aprendizaje, para solucionar problemas en fecha futura (Minedu, 1997:30).

**Aprendizaje de conceptos:** La idea de que la educación consiste en que el alumno adquiera un cúmulo de información sin significado, ya no nos rige. No puede pensarse más en que el punto de partida de la enseñanza lo constituye un temario infinito que hay que cubrir a como dé lugar, estructurando algunas veces lógicamente, sin alcanzar la claridad que sería deseable, y otras veces bajo el criterio respetable pero personal del maestro; ni puede continuarse la práctica de evaluación al estudiante, siempre y en todos los casos, a través de la comparación de su rendimiento con el de los demás miembros del grupo.

**Capacidades:** Constituyen las prácticas que son necesarias para regular racionalmente una actividad en ejecución y cuyo dominio es progresivo por los sujetos que practican dicha actividad. Dicho dominio se alcanza a través de una práctica continua, sistemática y asistida en la búsqueda de adquirir mayor solvencia en los desempeños que requiere de dichos procesos. Este es el sentido en el que deben entenderse las Capacidades de cada área, que están pensadas para cimentar el tipo de trabajo o de acciones que deben ser de naturaleza frecuente y regular en el tratamiento de todos los contenidos

curriculares que le pertenecen al área, incluyendo en ello las disposiciones o estados de ánimo que influyen significativamente en tales acciones. Las capacidades son potencialidades inherentes a la persona y que ésta procura desarrollar a lo largo de toda su vida. Tienen carácter socio – afectivo y cognitivo, y están asociadas a actitudes y valores, garantizando así la formación integral de la persona. Con fines operativos se han formulado las capacidades fundamentales, capacidades de área y capacidades específicas.

**Competencia:** Es entendida como el dominio de un sistema complejo de procesos, conocimientos y actitudes que facilitan un desempeño eficaz y adecuado ante una exigencia de actuación típica dentro de las situaciones propias al ejecutante.

**Educación:** La educación es un proceso social y personal permanente, que procura desarrollar las potencialidades de cada persona y dinamizar la vida social, con la valoración, respeto y aprovechamiento honesto de las diferentes individuales. El eje del proceso educativo en la escuela es el alumno y la alumna (Minedu,1997:27).

**Enseñanza:** Es la función del profesor que consiste en crear un clima de confianza, sumamente motivador, y de proveer los medios necesarios para que los alumnos desplieguen sus potencialidades. En esta perspectiva, el profesor actúa como un mediador afectivo y cognitivo en el proceso aprendizaje de los alumnos y alumnas (Minedu, 1997:32).

**Estrategias:** El término estrategia, cuando lo relacionamos con la educación, es el conjunto de actividades seleccionadas y organizadas en el tiempo y en el espacio por el docente para facilitar el aprendizaje; incluye:

métodos, técnicas, procedimientos, medios y materiales educativos, señalando la relación existente entre ellos como con los objetivos y contenidos; su función es proporcionar a los alumnos lo necesario para lograr un objetivo de aprendizaje.

La estrategia didáctica es la **ejecución** ordenada de todos los elementos disponibles por parte del profesor, y la estrategia metodológica es la **planificación** ordenada de todos los elementos disponibles por parte del profesor.

**Método – procedimiento:** Entre método y procedimiento hay una estrecha relación, pues ambos se diferencian; en la didáctica, al conjunto de medios que emplea el maestro para dirigir el aprendizaje de sus alumnos. Pero, a pesar de este punto de contacto, hay diferencias bastante marcadas.

El método es un concepto más amplio que procedimiento, pues cada método necesita de uno o más procedimientos para su puesta en marcha. Si el método es, como se ha visto, en marcha, en camino, de acuerdo con un plan; el procedimiento, implica, como expresa su etimología, ponerse en movimiento, dinamizar el empleo del método, conectarlo con la realidad; en una palabra, hacerlo viable: De este modo, método y procedimiento son inseparables. “El método es el camino, los procedimientos son la marcha o manera de andar por él en el viaje de aprendizaje. Ellos varían de materia a materia, de método a método y a veces dentro de una misma clase”.

**Procedimiento y forma didáctica;** por las definiciones bosquejadas, podemos decir que la forma es el ropaje exterior con el cual se presenta la

materia, mientras que los procedimientos son los medios específicos de que se vale el maestro, para aplicar un método. Hernández Ruiz expresa que el procedimiento es la única que expresa la manera de proceder en el desarrollo efectivo de una actividad cualquiera “y forma es, la única que significa aspecto o disposición particular del trabajo docente”. Es que el procedimiento implica los detalles, los medios que se emplean para poner en marcha el método, tales como actividades a cumplir, secuencias de las mismas, uso de materiales y momento de su empleo, etc.; y la forma se refiere al empleo de medios de los que va a servirse el maestro para que el alumno logre el aprendizaje, tales como la palabra, el libro, etc.

**Metodología:** Se refiere al proceso que se sigue en la aplicación del método. Pero, queremos recalcar que dichos procesos a seguir en cada método no significan pasos rígidos ni mucho menos. No ha pasado por nuestra mente querer reeditar los pasos formales, rígidos y esquemáticos. El esquema propuesto para cada método es susceptible de modificaciones en razón del tema, del nivel de estudios, del maestro, de los materiales y otras circunstancias especiales. Lejos estamos del esquematismo rígido, porque ello significa la muerte de la iniciativa del maestro.

Por otra parte, postulamos aquí un grupo de métodos llamados activos. Hasta ahora se ha escrito y hablado mucho acerca de los métodos activos, pero al momento de estudiar se hace solamente de los sistemas didácticos, son asuntos de la nueva educación y por ende de la escuela nueva. Pero, por definición, los sistemas son algo más que los métodos. Ya hemos aclarado nuestro punto de vista sobre el particular. Pero aún dentro

de cada sistema didáctico va implícito algún método con procedimientos específicos, y que inclusive se puede aplicar sin necesidad de organizar el sistema respectivo. Así, dentro del sistema Winnetka está el método de trabajo individual, con procedimientos peculiares; y que este método, en cuanto tal, se puede aplicar sin necesidad de organizar la escuela bajo el sistema creado por Washburne. Por supuesto, que a estos métodos activos, tanto individualizados y colectivizados como globales, los presentamos como tesis, susceptibles de ideas discrepantes y de ampliaciones por estudiosos de la materia.

**Texto:** Lo dicho o escrito por un autor, notas o comentarios que sobre ello se hacen. Todo lo que se lee en un cuerpo de una obra impresa o manuscrita.

**Rendimiento académico:** Es el resultado del logro de los objetivos planteados en la programación curricular, lo cual se expresa a través de diferentes criterios de evaluación, de los cuales finalmente obtendremos un promedio.

**Técnicas:** La técnica no es el camino como el método, ni es enlazamiento de procesos como el sistema. Es el arte de recorrer ese camino o de ejecutar los procesos. Se refiere siempre al empleo adecuado de procedimientos, de ciertos instrumentos y a la utilización de ciertos materiales, ya se trate de una ciencia u oficio. En la actualidad, se entiende la técnica didáctica como algo que implica el mejor empleo de métodos, procedimientos y formas. Por tanto, al decir técnica didáctica hemos de entender, por lo menos para nuestro estudio, como la puesta en práctica adecuada de métodos, procedimientos y formas a la vez.

**Proceso:** Es el curso o serie de fenómenos sucesivos o vinculados entre sí que construyen un sistema, una unidad o una totalidad. Es, además, una sucesión de cambios en la que, a pesar de éstos, se mantiene una identidad de carácter. Se entiende, también, el proceso como el conjunto de procedimientos y secuencia de actividades a seguir en el desarrollo del aprendizaje.

## **CAPITULO III**

### **METODOLOGÍA**

#### **3.1. Tipo de investigación:**

La presente investigación, es de tipo básico; con el nivel descriptivo-explicativa. Es descriptiva, por cuanto tiene la capacidad de seleccionar las características fundamentales del objeto de estudio y su descripción detallada de las partes, categorías o clases de dicho objeto; y es explicativa, en la medida que se analizan las causas y efectos de la relación entre variable independiente y dependiente. Bernal (2000)<sup>2</sup>.

#### **3.2. Métodos de investigación:**

Para el desarrollo de la investigación se empleó predominantemente el método científico, experimental de campo, documental, bibliográfico.

---

<sup>2</sup> Bernal, C. (2000). Metodología de la Investigación para Administración y Economía. Colombia: Pearson, 111 - 113.

Kerlinger, F. <sup>(3)</sup> y estadístico, acompañados con sus respectivos procedimientos; así:

**Método científico:** Con sus procedimientos de: planteo del problema de investigación, construcción de un modelo teórico, deducción de secuencias particulares, prueba de hipótesis y conclusiones arribadas de la teoría.

**Método experimental de campo:** Considerado a que nos conlleva a contrastar los resultados obtenidos de la aplicación de las actividades de aprendizaje con las operaciones visuales por medio de sus propiedades: equivalencia, adición, orden, producto y medida que son tareas de intervención en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes como muestra de estudio.

**Método documental y bibliográfico:** Consistió en tomar información estadística de las fuentes documentales de la secretaría de la institución, las mismas que nos sirvieron para revisar promedios de notas de los estudiantes en tratamiento.

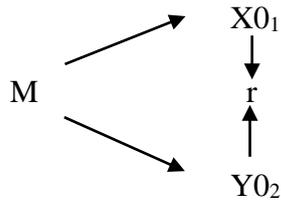
**Método estadístico:** Considerado con el fin de recopilar, organizar, codificar, tabular, presentar, analizar e interpretar los datos obtenidos en la muestra de estudio durante la investigación.

### **3.3. Diseño de investigación:**

El diseño de investigación que permitió lograr los objetivos propuestos y contrastar la hipótesis, es el descriptivo correlacional. El esquema es:

---

<sup>3</sup> Kerlinger Fred; Investigación del comportamiento; Editorial McGraw-Hill Interamericana; México S.A. de C.V. 1996; p.418-419.



Donde:

M = unidad de estudio

X = las operaciones visuales

r = correlación

Y = aprendizaje de regiones poligonales sombreadas

0<sub>1</sub> y 0<sub>2</sub> = Observación cada uno de las variables

### 3.4. Población y muestra de estudio:

La población estuvo conformada por 112 estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica de la Universidad Nacional Daniel Alcides Carrión de Pasco. Así:

<b>Cuadro No. 01</b>		
<b>Grados de estudios</b>	<b>Población</b>	<b>%</b>
1er año	25	22,3
2do año	21	18,8
3er año	19	17,0
4to año	27	24,1
5to año	20	17,8
<b>Total</b>	<b>112</b>	<b>100,0</b>

Fuente: Informe Unidad de Gestión Educativa Local Pasco 2014 y 2015

La muestra se determinó utilizando la fórmula correspondiente tendiendo como parámetro el tamaño poblacional y un error muestral de 5 % y 95 % de confiabilidad. Por lo tanto, fue una muestra estratificada proporcional utilizando la siguiente fórmula para hallar el tamaño de la muestra cuando la población es finita.

$$n_o = \frac{4.p.q.N}{E^2(N-1)+4.p.q}$$

$n_o$  = tamaño de la muestra

E = Equivale a 2 (nivel de precisión)

$p$  = 50 % (probabilidad de éxito).

$q$  = 50 % (probabilidad de fracaso).

**Reemplazando en la fórmula.**

$$n_o = \frac{4 \times 50 \times 50 \times 112}{2^2(112-1) + 4 \times 50 \times 50} = 107,2386$$

Redondeando el valor obtenido anteriormente la muestra de estudio es de 108 estudiantes.

Así mismo se utilizó la corrección de la muestra utilizando la siguiente fórmula estadística.

$$n = \frac{n_o}{1 + \frac{n_o}{N}}$$

Donde:

$n$  = Tamaño final de la muestra

$n_o$  = Tamaño inicial de la muestra

N = Población considerada.

**Reemplazando:**

$$n = \frac{108}{1 + \frac{108}{112}} = 54,981978$$

Se obtuvo una muestra final de 55 estudiantes como unidad de muestra, siendo la representación porcentual el 49,1%.; siendo el criterio alfa.

### **3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos:**

a) **Técnica:** Encuestas

b) **Instrumento:** Cuestionario (Anexo 2 y 4), asimismo se tiene el instrumento para evaluar los ítems del cuestionario (Anexo 5) y finalmente se tiene el instrumento de opinión de expertos en forma global (Anexo 6).

**3.5.1. La validez de los instrumentos:** se dio por la guía de valoración de experto propuesto por Jaeger, R. (1976): *La validez de contenido descansa generalmente en el juicio de expertos (métodos de juicio)*. Se define como el grado en que los ítems que componen el test representan el contenido que el test trata de evaluar. Por tanto, la validez de contenido se basa en (a) la definición precisa del dominio y (b) en el juicio sobre el grado de suficiencia con que ese dominio se evalúa. <sup>(4)</sup>.

**3.5.2. Coeficiente de validez de Aiken:** Para Aiken (1996), la validez de contenido es sobretodo importante en las pruebas de aprovechamiento, y se basa en el grado que la prueba representa los objetivos de la enseñanza. Es un coeficiente que se computa como la razón de un dato obtenido sobre la suma máxima de la diferencia de los valores posibles. Puede ser calculado sobre las valoraciones de un conjunto de jueces con relación a *un ítem* o como las valoraciones de un juez respecto a un grupo de ítem. Asimismo, las valoraciones asignadas pueden ser dicotómicas (recibir valores de 0 ó 1) ó politómicas (recibir valores de 0 a 5). En este caso se

---

<sup>4</sup> Gamarra A, Guillermo y otros; Estadística e Investigación con Aplicaciones de SPSS. Segunda Edición: abril 2015; Editorial San Marcos; Lima. P.308.

analizó para respuestas politómicas y el análisis del ítem por cinco jueces haciendo uso para ello la siguiente fórmula

$$V = \frac{S_i}{n(c - 1)}$$

Siendo:

V: Coeficiente de validación de V de Aiken

S<sub>i</sub>: valor asignado por los jueces

n: números de jueces (5)

c: Número de valores de la escala de valoración (5, en este caso).

<i>JUECES</i>	<i>ITEMS</i>										<i>SUMA</i>
	<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>	<i>6</i>	<i>7</i>	<i>8</i>	<i>9</i>	<i>10</i>	
1	3	4	3	4	4	3	3	3	3	3	33
2	4	3	3	4	3	3	2	4	3	4	33
3	3	2	4	3	3	3	3	3	4	4	32
4	2	4	2	2	2	2	4	3	2	1	24
5	4	3	3	3	3	4	4	2	3	4	33
<b>S<sub>i</sub></b>	16	16	15	16	15	15	16	15	15	16	155
<b>V</b>	0,8	0,8	0,75	0,8	0,75	0,75	0,8	0,75	0,75	0,8	

Este coeficiente puede obtener valores entre 0 y 1, a medida que se más elevado el valor computado, el ítem tendrá una mayor validez de contenido. El resultado puede evaluarse estadísticamente tabulado por Aiken. Es precisamente esta posibilidad de evaluar su significación estadística lo que hace a este coeficiente uno de los más apropiados para

estudiar este tipo de validez. <sup>(5)</sup>.

### 3.5.3. Nivel de confiabilidad:

Determinando *el nivel de confiabilidad* por medio de Coeficiente de Alfa de Crombach ( $\alpha$ ), utilizando el SPSS. 23, en una muestra piloto de 8 integrantes, según formula:

$$\alpha = \frac{K}{k-1} \left[ 1 - \frac{\sum V_i}{V_p} \right]$$

Resumen del cálculo de la varianza del pre test prueba piloto, con SPSS.21													
		Item1	Item2	Item3	Item4	Item5	Item6	Item7	Item8	Item9	Item10	Suma	
N	Válido	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	
	Perdidos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
V <sub>i</sub>		6.554	6.125	7.554	4.500	7.143	4.571	4.268	6.411	3.429	7.143	57.696	186.125

Se obtiene que  $\alpha = 0,76$ ; y

Resumen del cálculo de la varianza del post test prueba piloto, con SPSS.21													
		Item1	Item2	Item3	Item4	Item5	Item6	Item7	Item8	Item9	Item10	Suma	
N	Válido	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	8	
	Perdidos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
V <sub>i</sub>		6.214	6.125	7.929	3.429	7.839	4.125	4.268	6.857	3.429	7.143	57.357	145.071

Para post test se tiene que  $\alpha = 0,67$ ; de estos resultados se afirma que los instrumentos están en la categoría de una confiabilidad alta y aceptable por estos considerandos se aplicó los instrumentos a la muestra en estudio.

#### *Para la interpretación del coeficiente*

ESCALA	CATEGORÍA
$\alpha = 1$	Confiabilidad perfecta
$0,90 \leq \alpha \leq 0,99$	Confiabilidad muy alta
$0,70 \leq \alpha \leq 0,89$	Confiabilidad alta
$0,60 \leq \alpha \leq 0,69$	Confiabilidad aceptable
$0,40 \leq \alpha \leq 0,59$	Confiabilidad moderada
$0,30 \leq \alpha \leq 0,39$	Confiabilidad baja
$0,10 \leq \alpha \leq 0,29$	Confiabilidad muy baja
$0,01 \leq \alpha \leq 0,09$	Confiabilidad despreciable
$\alpha = 0$	Confiabilidad nula

<sup>5</sup> Gamarra A, Guillermo y otros; Estadística e Investigación con Aplicaciones de SPSS. Segunda Edición: abril 2015; Editorial San Marcos; Lima. P.309.

### **3.6. Técnicas de procesamiento de datos:**

**3.6.1. Procesamiento manual:** los textos que se utilizaran para encontrar información sobre investigación científica para su estudio con respecto a técnicas estadísticas y finalmente información acerca del marco teórico.

Las láminas: fue de gran beneficio para encontrar información con relación al marco teórico.

**3.6.2. Procesamiento electrónico:** son utilizados como la Computadora, USB., Impresora, Scanner, con el manejo del SPSS. 23.

#### **3.6.3. Técnicas estadísticas:**

- ❖ La media: Es el valor obtenido al sumar todos los datos y dividir el resultado entre el número total de datos. Se utilizaron para conocer el promedio de las notas finales del pre y post test de los alumnos en tratamiento.
- ❖ Estadística Inferencial: sirvieron para obtener conclusiones de la investigación, por medio de las medidas: media aritmética, varianza, desviación estándar y coeficientes de variación; para toda la población a partir del estudio de la muestra, y el grado de fiabilidad o significación de los resultados obtenidos numéricamente y con orientación precisa de fórmulas adecuados para este fin.
- ❖ Para la comprobación de hipótesis se utilizó métodos de la estadística inferencial, como la prueba Z con un nivel de significación de 1% ( $\alpha = 0,01$ ) por tratarse de una investigación educativa y social, además para mayor precisión y exactitud de los resultados se utilizaran los programas computarizados Microsoft Excel y el SPSS versión 23.

### **3.7. Sistema de hipótesis y variables de investigación**

#### **3.7.1. General:**

Las operaciones visuales por medio de sus propiedades: equivalencia, adición, orden, producto y medida son tareas de intervención en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. - 2016.

#### **3.7.2. Especificas:**

Reconfiguración, anamorfosis, traslación, simetría axial y fraccionamiento son los fundamentos teóricos de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del caso.

Existe relación de las operaciones visuales, a través de las tareas: simple, exceso y simetría con el aprendizaje de las regiones poligonales sombreadas para los estudiantes en tratamiento.

#### **3.7.3. Sistema de variables:**

Consideramos una variable antecedente y una variable consecuente, que la identificamos como variable independiente y variable dependiente; así como algunas variables intervinientes, que las presentamos a continuación:

##### **Variable independiente:**

**X:** Las operaciones visuales.

##### **Definición conceptual:**

Las operaciones visuales se presentan como un método de análisis que permite caracterizar las tareas de regiones poligonales según los tipos de visualización que los problemas y ejercicios suscitan en su desarrollo o comprensión. La razón que explica la elección del ejercicio y problema frente a otras que también se incluyen en la enseñanza de las matemáticas,

para promover la enseñanza de la visualización asociada a las figuras geométricas” (Marmolejo y Vega, 2012, p. 29), pues su estudio induce la aplicación de formas de ver diversas y “coincide, en gran medida, con características del aprendizaje de la visualización” (p. 11).

**Variable dependiente:**

**Y:** Aprendizaje de regiones poligonales sombreadas.

**Definición conceptual:**

Las regiones poligonales sombreadas suele ser un elemento de reflexión a lo largo de toda la educación básica. Este aspecto es determinante, ya que “no bastan unas pocas sesiones para asegurar una adecuada movilización de los tratamientos figúrales que permiten a la visualización ser una herramienta heurística ante las exigencias que las matemáticas escolares requieren” (p. 29), por el contrario, la adquisición “de esta actividad cognitiva ha de ser objeto de constante enseñanza durante los primeros ciclos de educación básica” (p. 29). La aplicación del método propuesto se ilustra mediante el análisis de una tarea específica.

**Variable interviniente:**

Caso reactivo del instrumento de aceptación o rechazo ante las preguntas o ítems del instrumento aplicado; así como también se tendrá en cuenta como: docente, contenidos del bimestre, medios y materiales educativos, método del profesor, nivel de motivación, edad, sexo y otros.

### 3.8. Operacionalización de variables

VARIABLES	DIMENSIÓN	INDICADORES	ÍTEMS
<b>V. I.</b> Las operaciones visuales.	Propiedades	equivalencia	8 y 9
		adición	2 y 10
		orden	1 y 5
		producto	3 y 6
		medida	7 y 4
<b>V.D.</b> Aprendizaje de regiones poligonales sombreadas.	Tareas	reconfiguración	8 y 4
		anamorfosis	3 y 7
		traslación	1 y 5
		simetría axial	6 y 9
		fraccionamiento	2 y 10

**CAPITULO IV**  
**MARCO PRÁCTICO**  
**RESULTADOS Y DISCUSIÓN**

**4.1. Tratamiento estadístico e interpretación de datos.** - En los siguientes cuadros y gráficos que a continuación expresamos se muestran los resultados obtenidos antes y después de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. - Pasco - 2016; así:

- Con respecto al anexo 2 y 4 respectivamente; presentamos en cuadros y gráficos estadísticos su interpretación, la distribución de frecuencias para obtener las medidas siendo analizadas y comparadas para la contratación de la hipótesis, la misma que oriento el logro del

objetivo general y los específicos, propuesta en recorrido de 0 a 100 puntos como parámetro, cada ítem 10 puntos.

- Para la confiabilidad de los instrumentos elaborado para la aplicación a la muestra, se aplicó por fórmula de Alfa – Cronbach ayudado por Pagano (2002), y el software estadístico SPSS versión 23.0 en español, la misma que orientó al cumplimiento de los objetivos propuestos, como se muestra en el *capítulo III*, específicamente en el 3.5.
- Para establecer las inferencias estadísticas se eligió un nivel de significación de 1% ( $\alpha = 0,01$ ) y una aceptación de acierto al 99% por tratarse de una investigación educativo - social. Para comprobar las hipótesis de estudio se aplicó la prueba Z, ya que la muestra de estudio supera a más de 30 estudiantes, la misma que orientó la explicación de las hipótesis programadas, por medio de la contrastación de hipótesis, según 4.3. de la presente.

**4.1.1. Presentación de resultados del pre test:** Según la aplicación del anexo 2, se arriba al siguiente resumen:

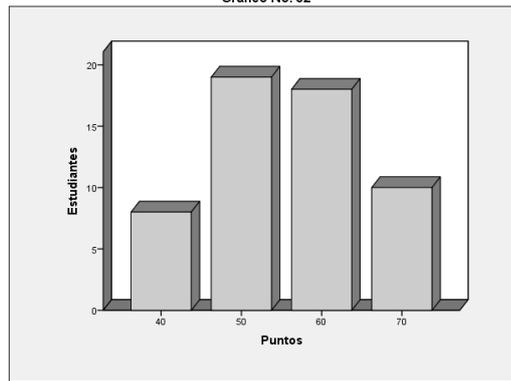
<b>Cuadro No. 02</b>				
<b>Cuestionario para visualizar la variable independiente</b>				
Frecuencia Puntos	$f_i$	$F_i$	$h_i\%$	$H_i\%$
40	8	8	14,5	14,5
50	19	27	34,5	49,1
60	18	45	32,7	81,8
70	10	55	18,2	100,0
Total	55		100,0	

Fuente: Resumen de la aplicación del anexo 2, elaborado por los investigadores.

<b>Resumen estadísticos</b>	<b>Pre Test</b>
-----------------------------	-----------------

n	Válido	55
	Perdidos	0
Media		55,45
Mediana		60,00
Moda		50
Desviación estándar		9,587
Varianza		91,919
Coeficiente de variación		0,17
Rango		30
Mínimo		40
Máximo		70

Gráfico No. 02

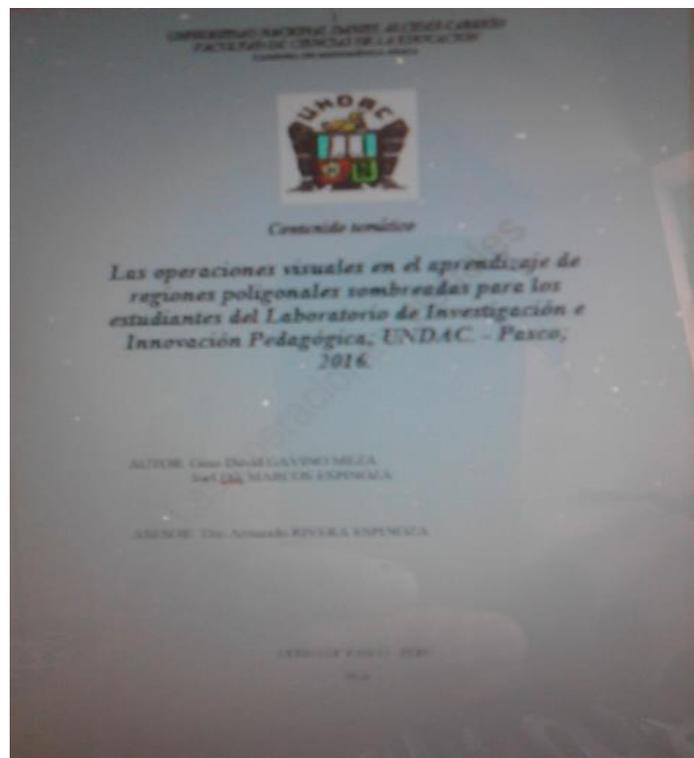


**Interpretación:** Según cuadro del resumen estadístico se observa mínimo 40 y máximo 70 de los 100 puntos planteados, siendo moda 50, con respecto a la media y mediana existe inclinación a izquierda con valor de media; mientras el cuadro No. 02 observamos 19 estudiantes que tienen 50 puntos siendo esta en compartimiento el más alto en la columna de fi con tendencia de inclinación izquierda, entonces es necesario un tratamiento a esta variable, porque lo demuestran los porcentajes del cuadro y el gráfico ilustrado.

**4.1.2. Cumplimiento de las sesiones según contenido:** se realiza para cada contenido, conforme a la programación Anexo 3 y los contenidos temáticos, con la presentación de sesiones de aprendizaje: contenidos, actividades, operación, tarea y propiedad, su cumplimiento es:

### Cronograma de sesiones de aprendizaje:

Contenido	Fecha
Aplicación de pre test	19 de abril de 2016
Región poligonal	21 de abril de 2016
Áreas de las regiones poligonales	26 de abril de 2016
Postulados	28 de abril de 2016
Teoremas	3 de mayo de 2016
Ejercicios y problemas	5 de mayo de 2016
Áreas de polígonos	10 de mayo de 2016
Área de sector circular	12 de mayo de 2016
Geometría del espacio	17 de mayo de 2016
Postulado y teoremas de la Geometría del espacio	19 de mayo de 2016
Autoevaluación	24 de mayo de 2016
Aplicación de post test	26 de mayo de 2016



*Documento de trabajo: contenidos temáticos*

#### 4.1.3. Presentación de resultados del post test:

Luego del trabajo según cronograma 4.1.2., el documento de trabajo: contenidos temáticos y su aplicabilidad del Anexo 3; con respecto a las

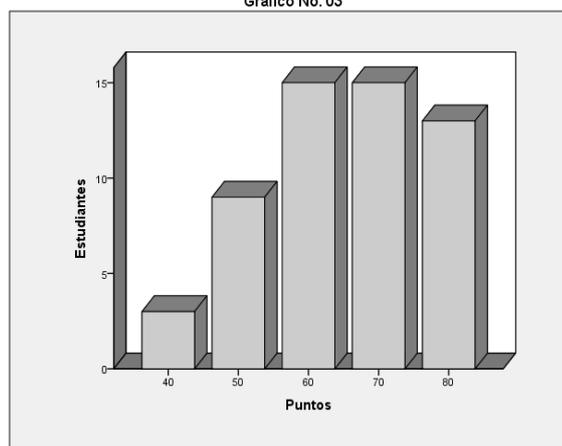
operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. - Pasco; 2016., a continuación, se observa los siguientes cuadros como resultado de la prueba de salida (pos test) de la variable dependiente, luego precisamos su relación entre ambas variables: independiente y dependiente.

<b>Cuadro No. 03</b>				
<b>Cuestionario para visualizar la variable dependiente</b>				
Frecuencia				
Puntos	$f_i$	$F_i$	$h_i\%$	$H_i\%$
40	3	3	5,5	5,5
50	9	12	16,4	21,8
60	15	27	27,3	49,1
70	15	42	27,3	76,4
80	13	55	23,6	100,0
Total	55		100,0	

Fuente: Resumen de la aplicación del anexo 4, elaborado por los investigadores.

<b>Resumen estadísticos</b>		Post Test
N	Válido	55
	Perdidos	0
Media		64,73
Mediana		70,00
Moda		60 <sup>a</sup>
Desviación estándar		11,841
Varianza		140,202
Coeficiente de variación		0,18
Rango		40
Mínimo		40
Máximo		80

Gráfico No. 03



**Interpretación:** Observamos en el cuadro No. 03, 15 estudiantes o sea el 27,3% del total tienen calificativos 60 puntos y otros 15 estudiantes con 70 puntos y 23,6% o sea 13 estudiantes tienen como resultado final 80 puntos surgiendo incremento positivo con respecto al cuadro No. 02 mayores a 15 puntos, además observamos una media aritmética de 64,73, se tiene bimodal 60 y 70 puntos respectivamente; con ello podemos afirmar que existe una correlación entre las dos variables.

#### 4.2. Visualización de los estadígrafos:

**Cuadro No. 04:** Medidas comparativas de los valores:

<b>MEDIDAS</b>	$\bar{x}$	<b>V</b>	<b>S</b>	<b>Cv</b>
<b>VARIABLES</b>				
Independiente	55,45	91,919	9,587	0,17
Dependiente	64,73	140,202	11,841	0,18
<i>Diferencia</i>	+9,28	+48,283	+2,254	+0,01

Fuente: Elaborado por los investigadores.

**Interpretación:** Observando el cuadro No. 04 causa y efecto se tiene en forma cuantitativa que la variable dependiente es mayor que la variable independiente, con estos datos se afirma que las operaciones visuales tienen una relación con el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas en los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. – Pasco; 2016, con las diferencias ascendentes tendientes al efecto.

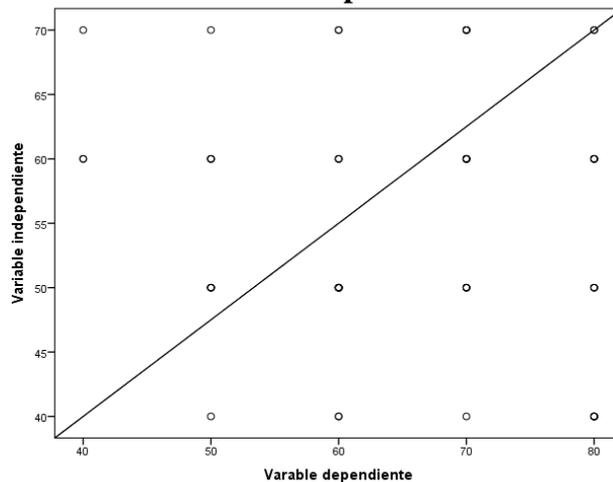
#### 4.3. Correlación de variables:

La correlación de Pearson se define como el índice que puede utilizarse para medir el grado de relación de dos variables siempre y cuando ambas sean cuantitativas. Además, la **correlación de Pearson** es independiente de la

escala de medida de las variables. El fundamento del coeficiente de Pearson es el siguiente: Cuanto más intensa sea la concordancia (en sentido directo o inverso) de las posiciones relativas de los datos en las dos variables, el producto del numerador toma mayor valor (en sentido absoluto). Si la concordancia es exacta, el numerador es igual a N (o a -N), y el índice toma un valor igual a 1 (o -1).

<b>Correlaciones</b>		Independiente	Dependiente
Independiente	Correlación de Pearson	1	-,085
	Sig. (bilateral)		,539
	N	55	55
Dependiente	Correlación de Pearson	-,085	1
	Sig. (bilateral)	,539	
	N	55	55

**Gráfico de puntos**



**Interpretación:** Según el cuadro No. 05, el valor de la correlación es igual a 1 tanto en la variable independiente y dependiente; la covariación es de intensidad máxima, Además, el índice tiene signo positivo cuando la covariación es directa. Entonces, " $r$ " = 1, existe una correlación positiva perfecta. El índice indica una dependencia total entre las dos variables denominada "relación directa": cuando una de ellas aumenta, la otra

también lo hace en proporción constante como se observa en el gráfico precedente; se concluye que la reconfiguración, anamorfosis, traslación, simetría axial y fraccionamiento son los fundamentos teóricos de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas y como también, existe relación de las operaciones visuales, a través de las tareas: simple, exceso y simetría con el aprendizaje de las regiones poligonales sombreadas para los estudiantes en tratamiento, por estar en estos parámetros:

\* Si  $0 < "r" < 1$ , existe una correlación positiva.

\* Si  $-1 < "r" < 0$ , existe una correlación negativa; existiendo la correlación entre estas dos variables llegando a ser válido nuestro planteamiento según la teoría planteada y la experiencia realizada.

#### **4.4. Contrastación de hipótesis:**

Para probar la hipótesis, se analizó teniendo en cuenta el diseño de investigación establecido, el resultado de la muestra de estudio y las hipótesis a través de la comparación de las variables independiente y dependiente.

Para la comprobación de la hipótesis se aplicó la **prueba Z**, con un nivel de significación de 0,01 ó 99% de confiabilidad ( $\alpha = 0,01_{2 \text{ colas}}$ ), para el cual planteamos la hipótesis estadística:

##### **PRIMERO:**

**Hipótesis nula  $H_0$ :** Las operaciones visuales por medio de sus propiedades: equivalencia, adición, orden, producto y medida no son tareas de intervención en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los

estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. - 2016.

$\mu_1 = \mu_2$  ; Son iguales los valores de las medias de las variables.

**Hipótesis alterna H1:** Las operaciones visuales por medio de sus propiedades: equivalencia, adición, orden, producto y medida son tareas de intervención en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. - 2016.

$\mu_1 \neq \mu_2$  ; Son diferentes los valores de las medias de las variables.

Para este caso están seleccionados los valores de las variables, determinando sus estadígrafos de cada uno de ellos, según los datos obtenidos:

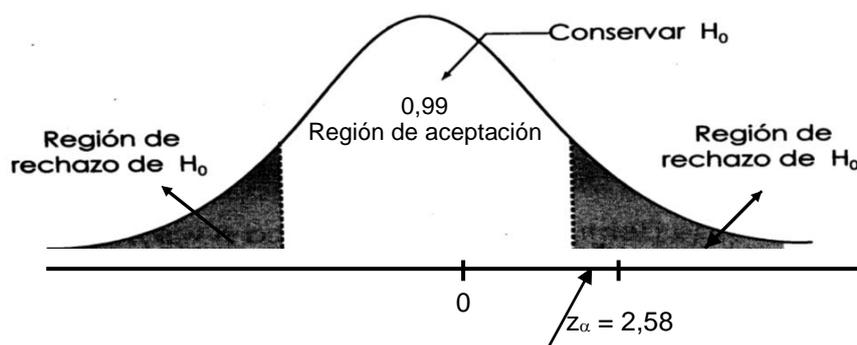
**Cuadro No. 06:** Media del rendimiento de las variables:

<b>VARIABLES</b> \ <b>MEDIDAS</b>	<b>n</b>	$\bar{x}$	<b>V</b>	<b>S</b>	<b>Cv</b>
Independiente	55	55,45	91,919	9,587	0,17
Dependiente	55	64,73	140,202	11,841	0,18

Fuente: Resumen de estadígrafos, elaborado por los investigadores.

**SEGUNDO:**

Al elegir el nivel de significancia de  $\alpha = 0,01_2$  colas ó 1% dos colas o bilateral, esto quiere decir que observamos una probabilidad de 0,01 ó 1% de rechazar la hipótesis nula  $H_0$  y una región de aceptación al 0,99; según modelo:



### TERCERO:

Por fórmula se halló  $Z_0 = 58,62$ , donde la ubicación del resultado está en la región de rechazo; por lo que se descarta la hipótesis nula. Esto se realizó por ser una investigación social educativa, así:

$$z_0 = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{v_1}{n_1} + \frac{v_2}{n_2}}}$$

### Dónde:

$Z_0$ : valor del modelo estadístico

$\bar{x}_1$ : media del rendimiento de la variable independiente

$\bar{x}_2$ : media del rendimiento de la variable dependiente

$V_1$ : varianza del rendimiento de la variable independiente

$V_2$ : varianza del rendimiento de la variable dependiente

$n_1$ : muestra

$n_2$ : muestra;  $n_1 = n_2$

En esta fórmula y con los datos hallamos el valor de  $Z_0$ , así:

$Z_0$ : ¿?

$\bar{x}_1$ : 55,45

$\bar{x}_2$ : 64,73

$V_1$ : 91,919

$V_2$ : 140,202

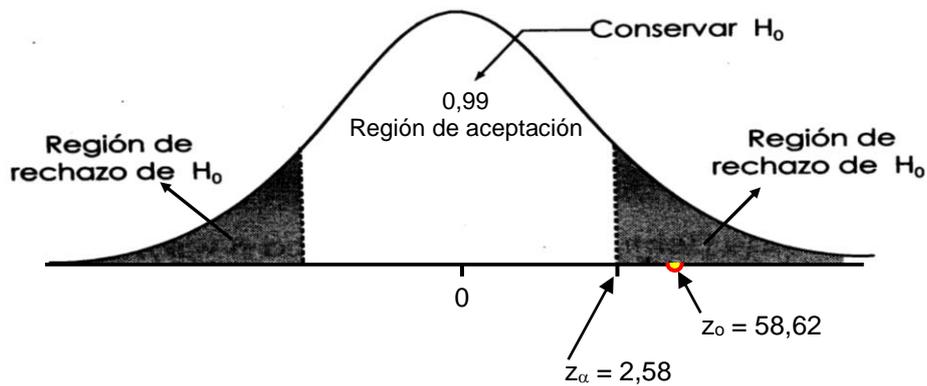
$n_1$ : 55

$n_2$ : 55

$$z_0 = \frac{55,45 + 64,73}{\sqrt{\frac{91,919}{55} + \frac{140,202}{55}}}$$

Entonces:

$$Z_0 = 58,62$$



#### CUARTO:

Tomando la decisión,  $Z_0 = 58,62$  se encuentra en la región de rechazo, por lo tanto, se rechaza la  $H_0$ : Las operaciones visuales por medio de sus propiedades: equivalencia, adición, orden, producto y medida no son tareas de intervención en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. - 2016.; y se acepta la hipótesis alterna, es decir:  $H_1$ : Las operaciones visuales por medio de sus propiedades: equivalencia, adición, orden, producto y medida son tareas de intervención en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. - 2016., es decir concluimos que las operaciones visuales por medio de sus propiedades son óptimos para el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas, con una planificación de sesiones de aprendizaje con tareas y propiedades según 2.2.5; además, porque  $Z_0$  mayor que  $Z_\alpha$ , es decir 58,62 es mayor 2,58 y está en la región de rechazo; además  $\bar{X}_1$  es menor que  $\bar{X}_2$ , en términos numéricos se puede afirmar que 55,45 es menor que 64,73; por

estos considerandos se rechaza la  $H_0$  y queda confirmada y válida la  $H_1$ . Con respecto al coeficiente de variación de las variables se observa que el  $C_{vi}$  es menor que  $C_{va}$ , en función numérica es 0,17 esto es menor que 0,18, con ello se demuestra que: Reconfiguración, anamorfosis, traslación, simetría axial y fraccionamiento son los fundamentos teóricos de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del caso.; las demás medidas tienen diferencias como se presenta en los cuadro No. 04, con tendencia positiva y una variabilidad ascendente, de esta manera existe relación de las operaciones visuales, a través de las tareas: simple, exceso y simetría con el aprendizaje de las regiones poligonales sombreadas para los estudiantes en tratamiento.

## CONCLUSIONES

- 1) Según la correlación de Pearson, se concluye que existe una correlación positiva perfecta entre las operaciones visuales con el aprendizaje de regiones poligonales; porque la correlación es igual a 1 en la variable independiente y dependiente, según cuadro No. 05; la covariación es de intensidad máxima, Además, el índice tiene signo positivo cuando la covariación es directa; como también, "relación directa": cuando una de ellas aumenta, la otra también lo hace en proporción constante como se observa en el gráfico de puntos del 4.3.
- 2) Al comprobar la hipótesis con la prueba Z con un nivel de significación de 0,01 ó 99% de confiabilidad ( $\alpha = 0,01_{2 \text{ colas}}$ ), se llega al resultado  $Z_o = 58,62$ , según modelo donde la ubicación del resultado está en la región de rechazo; por lo que se descarta la hipótesis nula  $H_0$  y se acepta la hipótesis alterna  $H_1$ ; o sea, Las operaciones visuales por medio de sus propiedades: equivalencia, adición, orden, producto y medida son tareas de intervención en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. - 2016, es válida.
- 3) Concluida con el cronograma de sesiones de aprendizaje: según contenidos, actividades, operación, tarea y propiedad se tiene las diferencias ascendentes (+) tendientes al efecto (variable dependiente), según cuadro No.04 del 4.2.; siendo válido nuestro planteamiento; reconfiguración, anamorfosis, traslación, simetría axial y fraccionamiento

son los fundamentos teóricos de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del caso.

## **SUGERENCIAS**

1. Los profesores de la especialidad de matemática deben precisar las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas, acompañado de contenidos temáticos claros y directos.
2. Los responsables en el área de matemática, con conocimiento sugeridos deben describir los fundamentos teóricos de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para elaborar una abstracción al conducir el diálogo con los alumnos cuando éste enfrenta una situación que le permita ejercitar sus potenciales cognitivos.
3. Las instituciones educativas deben considerar en la programación curricular elementos principales de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para el nivel intermedio.
4. Debemos propiciar cursos – talleres sobre la planificación y su utilidad de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas en las instituciones del nivel secundario y superior.

## BIBLIOGRAFÍA

Álvarez, M. d. (2007), Matemáticas 1. ESO. Proyecto La casa del saber, Santillana, Madrid.

Ávila Acosta R.B. 1997, La Tesis Profesional, Aplicaciones y Ejemplos, Lima, editorial R.A.

Burón, J., Enseñar a aprender: introducción a la metacognición. Bilbao: ediciones mensajeras. (1993) g.

Chamorro, M. c. (1997), Estudio de las situaciones de enseñanza de la medida en la escuela elemental, tesis doctoral microfilmada, unEd, Madrid.

Dorado, M. R. (2007). Geometría monumental del poder maya: El caso de Oxkintok/Monumental geometry of the maya power: The case of oxkintok. *Revista Española De Antropología Americana*, 37(2), 7-21. Retrieved from <http://search.proquest.com/docview/223644755?accountid=170233>.

Duval, R. (1995), "Geometrical pictures: Kinds of representation and specific processing", en R. Sutherland y J. Mason (eds.), *Exploiting Mental Imagery with Computers in Mathematics Education*, Springer, Berlin.

Gamarra A. Guillermo y Otros; Estadística e Investigación con aplicaciones de SPSS., segunda edición, abril del 2015, Perú, editorial San Marcos.

Marmolejo, G. a. (2005), "análisis del tópico de Geometría y Medición", en L. torres (ed.), *Pruebas censales y formación de pensamiento matemático en la escuela*, universidad del Valle, cali, pp. 27-44.

Marmolejo, G. a. (2007), Algunos tópicos a tener en cuenta en el aprendizaje del registro semiótico de las figuras. Procesos de visualización y factores de

visibilidad, tesis de maestría no publicada, universidad del Valle, cali.

Marmolejo, G. a., y M. t. González (2011), La visualización en la construcción del área de superficies planas en la educación básica. Un instrumento de análisis de libros de texto, conferencia presentada en asocolme 12 (6-12 de octubre), armenia, colombia.

Marmolejo, G. a., y M. Vega (2012), “La visualización en las figuras geométricas un asunto complejo y de importancia en el aprendizaje de la Geometría en la Educación Básica”, Educación Matemática, vol. 24, núm. 3, pp. 9-34.

Sampieri Hernández, Roberto. 1998. Metodología de la Investigación. 2da. edición, Colombia, editorial mc graw hill.

Tafur Portilla Raúl. 1995 marzo. La Tesis Universitaria. Editorial Mantaro.

Tamayo y Tamayo Mario. 1994. Diccionario de Investigación Científica. 2da. edición. México, editorial Limusa.

Torres Bardales C. 1990. Orientaciones Básicas de Metodología de la Investigación Científica.

Valentín Salvador Timoteo. Razonamiento Matemático (siglo XXI). Nueva edición, editorial San Marcos.

#### **Documentos:**

Martínez Montero Jaime. Series monografías escuela española. Editorial cisspraxis, s.a. 2000. Barcelona – España; una nueva didáctica del cálculo para el siglo XXI.

#### **Páginas**

- [www.scm.org.co/Articulos/756.pdf](http://www.scm.org.co/Articulos/756.pdf)

- [didactica-y-matematica.idoneos.com/.../numeración\\_y\\_los gráficos..](http://didactica-y-matematica.idoneos.com/.../numeración_y_los_gráficos..)
- [es.wikipedia.org/wiki/Algebra-Geometría](http://es.wikipedia.org/wiki/Algebra-Geometría)
- [thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html](http://thales.cica.es/rd/Recursos/rd97/Otros/SISTNUM.html)
- [es.wikipedia.org/wiki/Matemática incaica](http://es.wikipedia.org/wiki/Matemática_incaica)
- [www.cienciasinfronteras.com/clases/Emfoque de visualización.html](http://www.cienciasinfronteras.com/clases/Emfoque_de_visualización.html)
- [scholaris.com.mx/020201ndecimal.php](http://scholaris.com.mx/020201ndecimal.php)

**ANEXO**

**ANEXO 1**  
**MATRIZ DE CONSISTENCIA**

Las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. - Pasco; 2016.

<b>PROBLEMAS</b>	<b>OBJETIVOS</b>	<b>HIPOTESIS</b>	<b>VARIABLES Y DIMENSIÓN</b>		<b>METODOLOGÍA</b>
			<b>VARIABLES</b>	<b>DIMENSIÓN</b>	
<p><b>GENERAL</b></p> <p>¿Cómo son las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. – Pasco; 2016?</p>	<p><b>GENERAL</b></p> <p>Precisar las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. – Pasco; 2016.</p>	<p><b>GENERAL</b></p> <p>Las operaciones visuales por medio de sus propiedades: equivalencia, adición, orden, producto y medida son tareas de intervención en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica; UNDAC. - 2016.</p>	<p><b>Variable independiente:</b></p> <p>Las operaciones visuales</p>	<p><b>Dimensión:</b></p> <p><i>Propiedades</i></p> <p><b>Indicadores:</b></p> <p>equivalencia, adición, orden, producto y medida.</p>	<p><b>Método:</b> El método científico, experimental de campo, documental, bibliográfico.</p> <p><b>Diseño de investigación:</b> Correlacional con pre test y post test cuyo esquemático es:</p> <div style="text-align: center;"> </div>
<p><b>ESPECIFICOS</b></p> <p>¿Cuáles son los fundamentos teóricos de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del caso?</p> <p>¿Cómo se relaciona las operaciones visuales con el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes en tratamiento?</p>	<p><b>ESPECIFICOS</b></p> <p>Describir los fundamentos teóricos de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del caso.</p> <p>Determinar la relación de las operaciones visuales con el aprendizaje de las regiones poligonales sombreadas para los estudiantes en tratamiento.</p>	<p><b>ESPECIFICOS</b></p> <p>Reconfiguración, anamorfosis, traslación, simetría axial y fraccionamiento son los fundamentos teóricos de las operaciones visuales en el aprendizaje de regiones poligonales sombreadas para los estudiantes del caso.</p> <p>Existe relación de las operaciones visuales, a través de las tareas: simple, exceso y simetría con el aprendizaje de las regiones poligonales sombreadas para los estudiantes en tratamiento.</p>	<p><b>Variable dependiente:</b></p> <p>Aprendizaje de regiones poligonales sombreadas</p>	<p><b>Dimensión:</b></p> <p><i>Tareas</i></p> <p><b>Indicadores:</b></p> <p>reconfiguración, anamorfosis, traslación, simetría axial y fraccionamiento</p>	<p><b>Población y muestra:</b> 112 estudiantes matriculados en el Laboratorio de Investigación e Innovación Pedagógica 2015. Y la muestra 55 integrantes en forma probabilística.</p> <p><b>Instrumentos:</b> Pre y post test.</p> <p><b>Técnicas de recolección de datos:</b> Cuestionario</p> <p><b>Técnicas de análisis de datos:</b> El uso del programa de SPSS versión 23, para demostrar la confiabilidad de los Instrumentos y la contratación de las hipótesis</p>

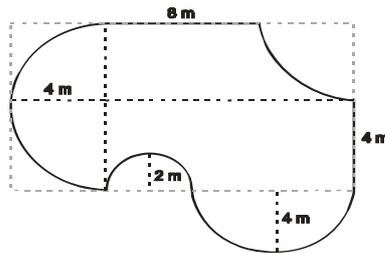


ANEXO 2  
**UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRION**  
 FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
**LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA**  
*Variable independiente*

**Instrucciones:**

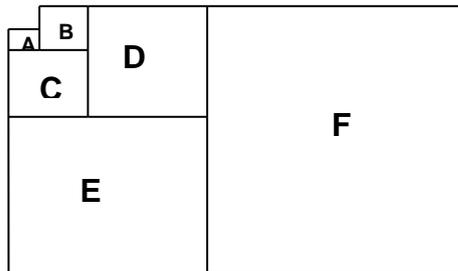
- Responda cada pregunta marcando solamente una de las alternativas.
- Cada pregunta correcta tiene un valor de 10,0 puntos y por cada pregunta incorrecta y/o en blanco tiene un valor de 0,0 puntos.
- Para resolver la presente prueba tiene un tiempo de 45 minutos.

1. Juan decide construir una piscina de la forma y dimensiones mostradas en el gráfico. Ayúdalo a encontrar el perímetro.



- a)  $8\pi$  m    b)  $12\pi$  m    c)  $12(\pi - 1)$  m    d)  $12(\pi + 1)$  m    e)  $8(\pi + 1)$  m

2. La figura muestra un terreno que ha sido dividida en seis parcelas cuadradas A, B, C, D, E y F. si el área a de la parcela A es  $4 \text{ m}^2$  de la parcela B es  $9 \text{ m}^2$  ¿Cuál es el área de la parcela F?



- a)  $400\text{m}^2$     b)  $441\text{m}^2$     c)  $169\text{m}^2$     d)  $529\text{m}^2$     e)  $484\text{m}^2$

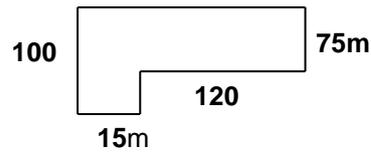
3. Un rectángulo grande está dividido en 9 rectángulos más pequeños no necesariamente congruentes, como se muestra en la figura. En el interior de cada rectángulo pequeño se ha escrito su perímetro en cm.

	6	
12	4	5
	8	

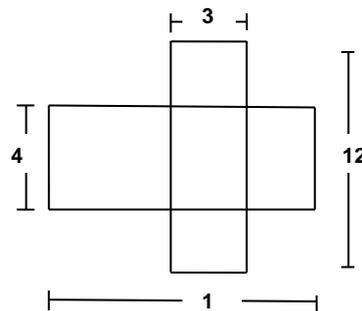
¿Cuál es el perímetro del rectángulo grande?

- a) 25cm    b) 26cm    c) 27cm    d) 28cm    e) 29cm

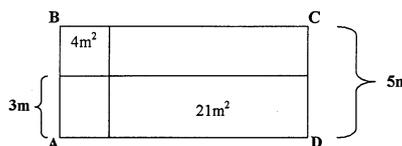
4. ¿Cuántos metros de alambre se necesitará para cercar el terreno cuya forma es?:



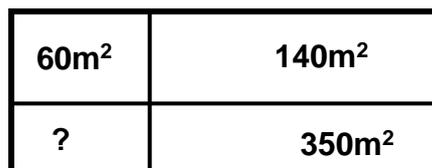
- a) 470m      b) 450m      c) 460m      d) 445m      e) 480m
5. En la comunidad Campesina de Quiulacocha una familia tiene un terreno rectangular de 12m de largo y 8m de ancho. Dicha familia cultiva la tercera parte del área del terreno sembrando hortalizas ¿Cuántos  $m^2$  de terreno falta cultivar?
- a)  $20m^2$       b)  $32m^2$       c)  $44m^2$       d)  $64m^2$       e)  $78m^2$
6. Un estacionamiento de vehículos en Yanacancha – Pasco, visto desde arriba tiene la forma de una cruz conformada por rectángulos como se muestra en la figura ¿Cuál es el área?



- a)  $68 m^2$       b)  $67 m^2$       c)  $66 m^2$       d)  $65 m^2$       e)  $64 m^2$
7. ¿Hallar el área del rectángulo a ABCD, en la siguiente figura?



- a)  $35 m^2$       b)  $45 m^2$       c)  $55 m^2$       d)  $65 m^2$       e)  $75 m^2$
8. Un terreno está dividido en cuatro lotes (rectangulares), las áreas de los tres rectángulos; obtenidos se muestran en la figura ¿Cuál es el área del cuarto lote?



- a)  $100 m^2$       b)  $150 m^2$       c)  $80 m^2$       d)  $60 m^2$       e)  $120 m^2$
9. Un campo deportivo tiene forma rectangular y se sabe que su perímetro mide 46m, siendo su diagonal igual a 17m, calcula el área de dicho campo.
- a)  $120m^2$       b)  $124m^2$       c)  $136m^2$       d)  $140m^2$       e)  $148m^2$

**10.** Se tiene un terreno rectangular donde el largo es el triple del ancho y donde por cada  $m^2$  se paga \$ 20 y por el cerco perimetral (el metro = \$ 30). Halla el área si el costo es \$ 1 920.

- a)  $20m^2$       b)  $24m^2$       c)  $36m^2$       d)  $40m^2$       e)  $48m^2$



ANEXO 3  
**UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRION**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**  
**LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA**  
**Relación de variables según contenido**

**Instrucciones:**

- *Relacione la operación con las propiedades, de acuerdo a los contenidos temáticos propuestos.*
- *Cada ruta tiene objetivos específicos.*
- *Para cumplir la presente tiene 405 minutos.*

<i>Contenidos</i>	<i>Actividades</i>	<i>Operación</i>	<i>Tarea</i>	<i>Propiedad</i>
Región poligonal Gino David GAVINO MEZA 45 minutos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se hace la presentación de los fundamentos históricos.</li> <li>• Se recoge los saberes previos mediante ejemplos de la realidad.</li> <li>• Resuelven problemas relevantes, propiciando la alfabetización matemática, para una geometría clásica y moderna, su aplicación a situaciones del contexto.</li> </ul>	Reconfiguración	Transformación de una figura en otra con diferente contorno visual e igual área (Rec. simple). Comparación entre regiones poligonales de igual área y diferente forma (Rec. simple). Cálculo de área de regiones poligonales irregulares o que representan una fracción de una figura regular (Rec. por exceso). Cálculo de área de sub configuraciones (Rec. por ensamblaje).	Relación de equivalencia (Rec. simple). Relación de orden (Rec. por exceso). Adición de áreas (Rec. por ensamblaje).
Áreas de las regiones poligonales Joel Dik MARCOS ESPINOZA 45 minutos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Se genera el conflicto cognitivo a través de preguntas.</li> <li>• Declaración del aprendizaje esperado.</li> </ul>	Configuración	Producción de regiones poligonales rectilíneas a partir de la unión de regiones previamente dadas (conf. simple, por simetría y por reiteración). Duplicación de áreas (c. por simetría).	Adición de áreas (conf. simple y por simetría). Producto de un número natural por una cantidad de área (conf. Por reiteración).
Postulados Gino David GAVINO MEZA 45 minutos	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Critican situaciones problemáticas de las lecciones, conforme lo solicitado en la actividad dos.</li> </ul>	Anamorfosis	Variación del área y conservación de la forma (anam. por achicamiento y por agrandamiento). Conservación del área (anam. por arrastre).	Relación de orden (anam. por achicamiento y por agrandamiento). Relación de equivalencia (anam. por arrastre).

Teoremas <i>Joel Dik MARCOS ESPINOZA</i> 45 minutos		Traslación	Comparación entre regiones poligonales. Reproducción de figuras con igual área.	Relación de equivalencia.
Ejercicios y problemas <i>Gino David GAVINO MEZA</i> 45 minutos		Rotación	Comparación entre regiones poligonales. Reproducción de figuras con igual área.	Relación de equivalencia.
Áreas de polígonos <i>Joel Dik MARCOS ESPINOZA</i> 45 minutos		Simetría axial	Cálculo de área de regiones poligonales irregulares y de sub figuras de una figura.	Producto de un número racional por una cantidad de área.
Área de sector circular <i>Gino David GAVINO MEZA</i> 45 minutos		Cuadratura	Elección de unidades de medida adecuadas. Aproximación de la medida: acotación de áreas por valores superiores o inferiores y exhaustación con unidades.	
Geometría del espacio <i>Joel Dik MARCOS ESPINOZA</i> 45 minutos		Superposición	Pavimentación de superficies (Sup. directa). Cálculo de área de regiones sombreadas (Sup. inversa).	Medida de área y unidad de medida (Sup. directa).
Postulado y teoremas de la Geometría del espacio <i>Gino David GAVINO MEZA</i> 45 minutos		Fraccionamiento	Repartos equitativos de regiones poligonales (simple, por inhibición y re fraccionamiento). Cálculo de área de regiones poligonales (simple) y de sub figuras o sub configuraciones irregulares (por inhibición y re fraccionamiento). Comprensión de la fórmula $a = B \times H$ (re fraccionamiento).	

## I. EVALUACIÓN

Indicador	Técnica	Instrumento
Resuelve situaciones problemáticas aplicando las definiciones de la geometría y los símbolos con sus procedimientos.	<b>SEMIFORMALES</b>	Banco de preguntas Prueba de ejecución Post test

## II. BIBLIOGRAFÍA

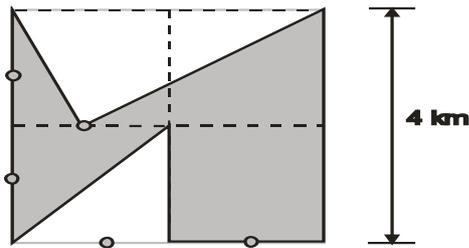


ANEXO 4  
**UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRION**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**  
**LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA**  
***Variable dependiente***

**Instrucciones:**

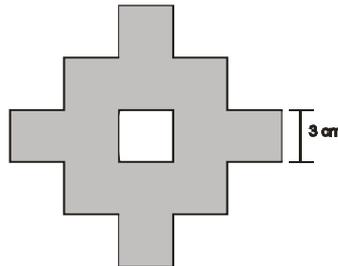
- Responda cada pregunta marcando solamente una de las alternativas.
- Cada pregunta correcta tiene un valor de 10,0 puntos y por cada pregunta incorrecta y/o en blanco tiene un valor de 0,0 puntos.
- Para resolver la presente prueba tiene un tiempo de 45 minutos.

1. A continuación, se presenta la superficie de un parque (área sombreada), vista desde el aire, calcular su área.



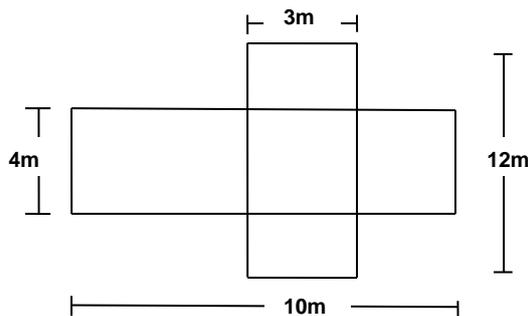
- a)  $12 \text{ km}^2$    b)  $4 \text{ km}^2$    c)  $6 \text{ km}^2$    d)  $10 \text{ km}^2$    e)  $8 \text{ km}^2$

2. Determina el perímetro de la región sombreada de la siguiente figura.



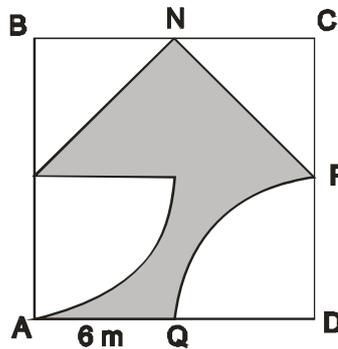
- a) 60cm   b) 72cm   c) 78cm   d) 108cm   e) 68cm

3. Un estacionamiento de vehículos en Yanacancha – Pasco, visto desde arriba tiene la forma de una cruz conformada por rectángulos como se muestra en la figura  
¿Cuál es el área?



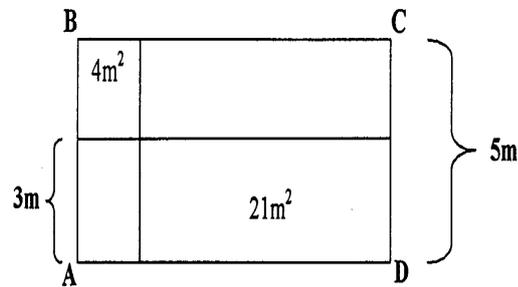
- a)  $68 \text{ m}^2$       b)  $67 \text{ m}^2$       c)  $66 \text{ m}^2$       d)  $65 \text{ m}^2$       e)  $64 \text{ m}^2$

4. La figura muestra la superficie de una playa de estacionamiento (área sombreada) vista desde el aire. ABCD es un cuadrado, M, N, P y Q son puntos medios. Calcula su área.



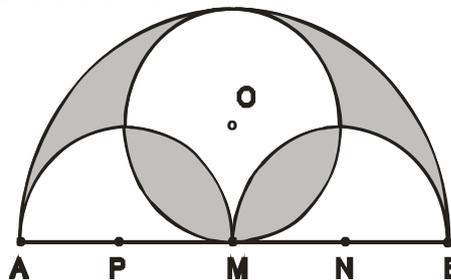
- a)  $12(4 - \pi) \text{ m}^2$     b)  $18(\pi - 3) \text{ m}^2$     c)  $9(6 - \pi) \text{ m}^2$     d)  $18(6 - \pi) \text{ m}^2$   
e)  $6(18 - \pi) \text{ m}^2$

5. ¿Hallar el área del rectángulo ABCD en la siguiente figura?



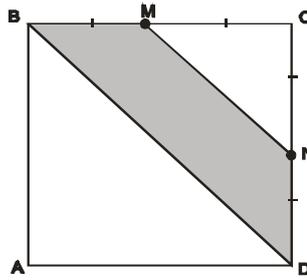
- a)  $35 \text{ m}^2$       b)  $45 \text{ m}^2$       c)  $55 \text{ m}^2$       d)  $65 \text{ m}^2$       e)  $75 \text{ m}^2$

6. En la siguiente figura, determina el perímetro de la región sombreada, si  $AB=10 \text{ cm}$  y M; P; O; N son centros.



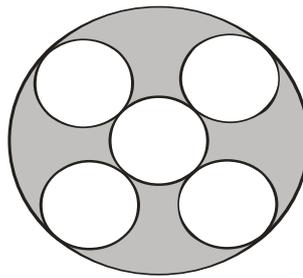
- a)  $12 \pi \text{ cm}$     b)  $15 \pi \text{ cm}$     c)  $17 \pi \text{ cm}$     d)  $14 \pi \text{ cm}$     e)  $18 \pi \text{ cm}$

7. En la figura ABCD es un cuadrado cuyo lado mide  $12 \text{ cm}$ ; M es un punto medio de BC, N es punto medio de CD. Hallar el área de la región sombreada.



- a)  $54 \text{ cm}^2$     b)  $48 \text{ cm}^2$     c)  $36 \text{ cm}^2$     d)  $41 \text{ cm}^2$     e)  $42,5 \text{ cm}^2$

8. En la figura los cinco círculos interiores son congruentes, calcula la relación entre el área sombreada y el área del círculo mayor.

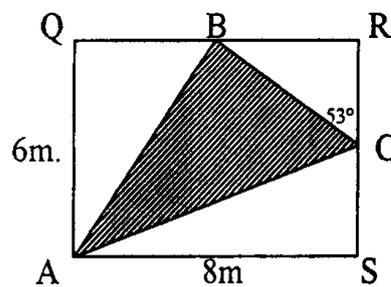


- a)  $5/9$     b)  $1/3$     c)  $4/9$     d)  $2/5$     e)  $2/3$

9. Un campo deportivo tiene forma rectangular y se sabe que su perímetro mide  $46\text{m}$ , Siendo su diagonal igual a  $17\text{m}$ , calcula el área de dicho campo.

- a)  $120\text{m}^2$     b)  $124\text{m}^2$     c)  $136\text{m}^2$     d)  $140\text{m}^2$     e)  $148\text{m}^2$

10. De la figura calcular el área sombreada ABC



- a)  $10 \text{ m}^2$     b)  $12 \text{ m}^2$     c)  $14 \text{ m}^2$     d)  $16 \text{ m}^2$     e)  $18 \text{ m}^2$



ANEXO 5  
**UNIVERSIDAD NACIONAL DANIEL ALCIDES CARRION**  
**FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**  
*LABORATORIO DE INVESTIGACIÓN E INNOVACIÓN PEDAGÓGICA*

***INSTRUMENTO PARA EVALUAR EL CUESTIONARIO***

**INSTRUCCIÓN:**

El presente instrumento tiene por objetivo de evaluar los diferentes ítems del cuestionario (pre y post test) del grupo piloto. El sentido de esta guía es lograr juicios de valor de diferentes especialistas de la región y a nivel nacional que al final estas sean comparables. Esto es, si en su opinión la presente prueba es imprescindible, importante, poco importante, o irrelevante, para el grado de estudio. Señale con una cruz (X ) su respuesta en cada ítem.

Evaluador / Experto: .....  
 Fecha: .....

Grado de Relevancia o Importancia de la Prueba <sup>6</sup>	NÚMERO DE ÍTEM																														TOTAL					
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	...	40	N	%				
Imprescindible																																				
Importante																																				
Poco Importante																																				
Irrelevante																																				

Firma: .....

<sup>6</sup> Jaeger, R. (1976) "Measurement consequences of selected standard setting models". *Florida Journal of Educational Research*, pp 22-27



9. METODOLOGÍA	La estrategia responde al propósito del proyecto.																						
----------------	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**III. OPINIÓN DE APLICABILIDAD**

--

**IV. PROMEDIO DE VALORACIÓN**

--

**V. DATOS DEL EXPERTO**

<b>APELLIDOS Y NOMBRES</b>			
<b>DOCUMENTO DE IDENTIDAD</b>	<b>TEL/CEL.</b>		
<b>GRADO / MENCIÓN</b>			
<b>PROCEDENCIA</b>			
<b>SELLO Y FIRMA DEL EXPERTO</b>			
<b>FECHA DE VALIDACIÓN</b>			